



*РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ  
ПО МЕЖДУНАРОДНЫМ ГЕОФИЗИЧЕСКИМ ПРОЕКТАМ*

М.И. ПУДОВКИН, В.С. СЕМЕНОВ

ТЕОРИЯ ПЕРЕСОЕДИНЕНИЯ  
И ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ  
СОЛНЕЧНОГО ВЕТРА  
С МАГНИТОСФЕРОЙ ЗЕМЛИ

Ответственный редактор  
кандидат физико-математических наук  
Н.А. ЦЫГАНЕНКО



МОСКВА  
"НАУКА"  
1985

Пудовкин М.И., Семенов В.С. Теория пересоединения и взаимодействие солнечного ветра с магнитосферой Земли. М.: Наука, 1985. 128 с.

Одна из центральных проблем физики магнитосферы – проникновение электрического и магнитного полей из солнечного ветра в магнитосферу. В монографии обобщены результаты, полученные в этой области в рамках проекта "Международные исследования магнитосферы". Дан обзор современных моделей пересоединения геомагнитного поля с межпланетным магнитным полем в различных случаях. Построена количественная модель взаимодействия солнечного ветра с геомагнитным полем в стационарном случае и качественная – в нестационарном.

Книга предназначена для специалистов в области магнитосферной и солнечно-земной физики.

Ил. 62. Табл. 1. Библиогр. 224 назв.

Рецензенты:

*В.А. Сергеев, О.А. Трошичев*

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Взаимодействие солнечного ветра с магнитосферой Земли приводит к возникновению в ней целого комплекса явлений, которые заметно меняются с изменением параметров солнечного ветра. Наиболее интенсивные и характерные из них — конвекция плазмы, ускорение заряженных частиц и их высыпание в ионосферу, возникновение глобальных токовых систем — связаны с существованием в магнитосфере крупномасштабных электрических полей. Появление этих полей в магнитосфере чаще всего связывают с процессами пересоединения силовых линий магнитного поля и трансформации его энергии в кинетическую энергию образующих плазму частиц в окрестностях нейтральных линий в лобовой части магнитопаузы и хвосте магнитосферы.

Начиная с классической схемы Данжи, модели взаимодействия солнечного ветра с геомагнитным полем до настоящего времени остаются качественными, а в некоторых случаях противоречат одна другой. Например, обтекание магнитосферы солнечным ветром, как правило, рассчитывается в газодинамическом приближении в предположении слабого магнитного поля солнечного ветра, а теории пересоединения основаны на противоположном предположении — сильного магнитного поля. К тому же модели пересоединения часто основаны не на соответствующих решениях МГД-уравнений, а на простых геометрических соображениях и представлении о вмороженности магнитных силовых линий в плазму. Это представление о движении магнитных силовых линий часто приводило к путанице, и поэтому основанные на нем модели подверглись справедливой критике [Alfven, 1976, 1977]. Мы также полагаем, что физические модели не могут быть основаны на качественных и во многом спекулятивных представлениях о движении магнитных силовых линий, тем более что в некоторых областях условия вмороженности заведомо нарушаются. Физические модели должны строиться на основе содержательных решений магнитной гидродинамики (или, еще лучше, кинетики). Поэтому мы в первую очередь уделим внимание именно таким решениям, и лишь после того, как решение получено, при его физической интерпретации можно воспользоваться представлением о движении магнитных силовых линий. К сожалению, число таких решений все еще невелико и для построения последовательных моделей недостаточно. Поэтому мы остановимся кратко также и на других возможных методах исследования — численном моделировании и лабораторном эксперименте, в которых в последнее время наметился большой прогресс.

Авторы стремились показать, в какой степени существующие в настоящее время теоретические представления в состоянии объяснить и количественно описать процесс взаимодействия солнечного ветра с геомагнитным полем и, в первую очередь, механизм поступления энергии солнечного ветра в магнитосферу Земли. При этом мы намеренно отказались от целого ряда качественных схем и старались опираться только на имеющиеся содержательные решения. На этом пути, как нам кажется, удалось построить еще очень грубую, но непротиворечивую и последовательную модель взаимодействия солнечного ветра с магнитосферой Земли.

В книге содержится обзор современных экспериментальных данных о структуре магнитосферы, а также об основных моделях открытой магнитосферы.

Приведены решения задач о стационарном и спонтанном пересоединении магнитных силовых линий, которые служат основой для построения модели взаимодействия.

Рассмотрены вопросы о формировании токовых слоев, о развитии разрывной неустойчивости (тиринг-неустойчивости) и об аномальном сопротивлении, а также обсуждаются результаты численного и лабораторного моделирования процесса пересоединения.

Предложена модель стационарного и нестационарного взаимодействия солнечного ветра с магнитосферой. В Приложение вынесены необходимые для понимания основного текста сведения из магнитной гидродинамики.

Авторы приносят свою глубокую благодарность В.А. Сергееву, С.А. Зайцевой, А.И. Пудовкину, И.В. Кубышкину, М.Ф. Хейну, М.В. Сидневой за обсуждение настоящей работы, а также М.В. Холевой и Л.Л. Немцевой за помощь в оформлении рукописи.

## СТРУКТУРА МАГНИТОСФЕРЫ И ИЗМЕНЕНИЕ ЕЕ СОСТОЯНИЯ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ПАРАМЕТРОВ СОЛНЕЧНОГО ВЕТРА

Как известно, магнитосфера — это "область пространства, содержащая плазму и магнитное поле Земли" [Солнечная и солнечно-земная физика, 1980]. Это определение, безусловно правильное, обладает тем недостатком, что является слишком общим и потому неполным. В действительности магнитосфера представляет собой чрезвычайно неоднородное и сложное образование, различные области которого характеризуются огромным разнообразием плазменных и электродинамических параметров, природой и интенсивностью протекающих в них физических процессов. Достаточно детальный и последовательный анализ современных представлений о структуре и физике магнитосферы дан в книге [Сергеев, Цыганенко, 1980]; в связи с этим мы ограничимся лишь кратким изложением соответствующих вопросов.

### 1.1. СТРУКТУРА МАГНИТНОГО ПОЛЯ И ПАРАМЕТРЫ ПЛАЗМЫ В МАГНИТОСФЕРЕ ЗЕМЛИ

Современные представления о строении магнитосферы и об основных структурных образованиях в ней представлены на рис. 1.1 [Roederer, 1981]. Перечислим наиболее существенные из этих образований.

**Магнитопауза** — область резкого изменения направления и интенсивности магнитного поля от значения, характерного для магнитосферы, до значений межпланетного магнитного поля (ММП) в переходной области. Магнитопауза представляет собой токовый слой, толщина которого меняется в среднем от 400 км в области геомагнитного экватора до 1000 км в высоких широтах [Berchem et al., 1981]. Толщина области максимальных градиентов магнитного поля (собственно магнитопаузы) составляет около 100 км [Willis, 1975; Sonnerup et al., 1981], т.е. оказывается порядка ларморовского радиуса энергичных протонов переходной области. Характеристики плазмы в токовом слое на магнитопаузе совпадают в целом с параметрами плазмы в переходной области; в то же время вблизи магнитопаузы часто наблюдаются потоки ускоренной плазмы, движущейся со скоростью, превышающей на несколько сот километров в секунду скорость окружающей плазмы солнечного ветра. [Paschmann et al., 1979; Sonnerup, 1981]. Кроме того, вблизи магнитопаузы могут наблюдаться энергичные частицы, по-видимому убегающие из магнитосферы вдоль пересоединившихся силовых линий магнитного поля [Sonnerup et al., 1981].

**Пограничный слой** — слой, примыкающий к магнитопаузе с внутренней ее стороны. Различают низкоширотный пограничный слой, лежащий вблизи экваториальной плоскости, и входной слой — пограничный слой в дневной части магнитосферы, располагающийся на более высоких широтах. Как видно из рис. 1.1, эти области целиком находятся на замкнутых силовых линиях геомагнитного поля, что проявляется в пичч-угловом распределении частиц, характеризующемся двумя симметричными провалами, соответствующими конусу потерь [Palmer, Hones, 1978]. Энергия частиц в пограничном слое близка к энергии частиц в переходной области; в то же время здесь наблюдается заметное вкрапление более энергичных частиц магнитосферного происхождения [Eastman et al., 1976].

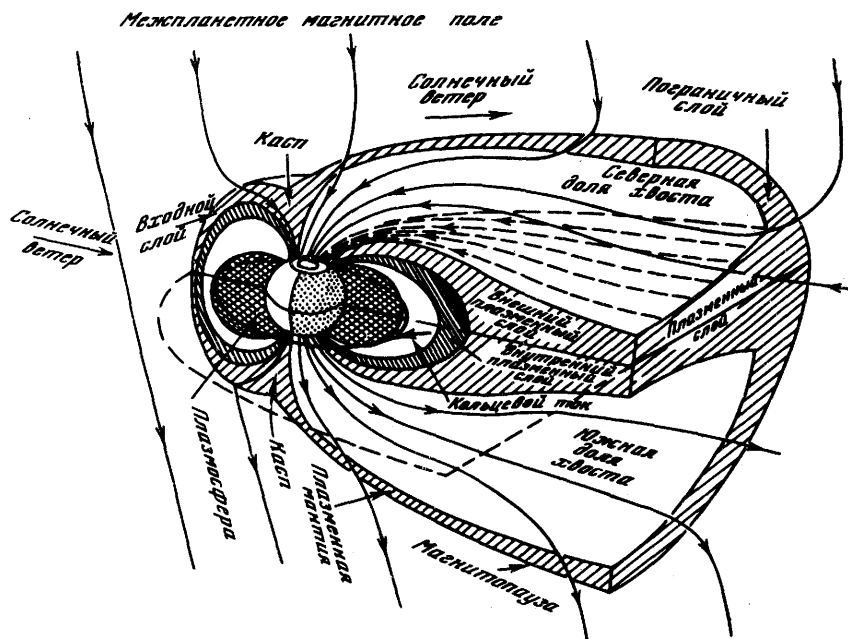


Рис. 1.1. Строение магнитосферы [Roederer, 1981]

Толщина пограничного слоя минимальна в экваториальной области в дневном секторе ( $\delta \approx 0,1R_E$  [Eastman et al., 1976]) и увеличивается по мере удаления в хвост магнитосферы и в особенности в высокие широты (где пограничный слой переходит во входной слой).

Характерной чертой пограничного слоя является движение образующей его плазмы в антисолнечном направлении.

Плазменная мантия — область относительно холодной плазмы ( $T_p \approx 0,1 \div 0,3$  кэВ вблизи каспа и убывает по мере удаления в хвост), движущейся в антисолнечном направлении. Толщина плазменной мантии существенно зависит от ориентации ММП, резко увеличиваясь (до нескольких  $R_E$ ) в периоды южного направления ММП [Sckorke et al., 1976]. Питч-угловое распределение частиц в плазменной мантии свидетельствует о том, что последняя находится на разомкнутых силовых линиях геомагнитного поля [Palmer, Hones, 1978].

Плазменный слой — область относительно горячей ( $T_p \approx 1 \div 5$  кэВ;  $T_e \approx 0,2 \div 1$  кэВ) и достаточно плотной ( $n \approx 0,1 \div 1$  см<sup>-3</sup>) плазмы, на ночной стороне простирающейся в хвост магнитосферы на многие десятки и, может быть, сотни  $R_E$ , разделяющая хвост на северную и южную доли и огибающая Землю с дневной стороны. Параметры слоя — его толщина, энергия и концентрация образующих его частиц — заметно меняются с расстоянием, увеличиваясь по мере приближения к Земле и при движении от периферии к центру слоя. Это обстоятельство позволяет выделить в плазменном слое две области [Пудовкин и др., 1975; Winningham et al., 1975]; внешний плазменный слой, или область относительно более холодной и разреженной плазмы, и внутренний плазменный слой, или область ускоренной авроральной радиации [Физические основы... , 1977], заполненный более горячей и плотной плазмой. Переход от первой области ко второй происходит плавно, и граница между ними достаточно условна. Тем не менее выделение внутренней области плазменного слоя в качестве относительно самостоятельного структурного образования представляется целесообразным, поскольку именно здесь сосредоточены основные источники магнитосфер-

ных возмущений, основные области ускорения частиц и генерации ОНЧ-излучений. Кроме того, сам характер физических процессов, развивающихся в этой области, обусловленный сложным движением энергичных частиц в резко неоднородном и нестационарном электромагнитном поле, их высыпанием в ионосферу и влиянием последней на состояние магнитосферы, требует особых методов их описания.

Питч-угловое распределение частиц в плазменном слое, симметричное относительно плоскости  $\theta = \pi/2$ , свидетельствует о том, что образующая его плазма находится на замкнутых силовых линиях геомагнитного поля.

Характеристики плазменного слоя зависят как от параметров солнечного ветра, так и от уровня геомагнитной активности и фазы суббури. В частности, давление плазмы в слое на больших расстояниях от Земли (главным образом концентрация частиц) пропорционально динамическому давлению солнечного ветра:  $p_p \approx 0,5 (m_p n v^2)_{c.v.}$ ;  $p_e \approx 0,1 (m_p n v^2)_{c.v.}$ .

С ростом магнитной активности энергия частиц в плазменном слое возрастает, в то время как их концентрация убывает во внешних областях слоя и возрастает во внутренних [Hones, 1968; Hones et al., 1971].

Доли хвоста — гигантские силовые трубки магнитного поля, выходящие из полярных шапок Земли. Концентрация частиц в них чрезвычайно мала ( $n \approx 10^{-2} \div 10^{-3} \text{ см}^{-3}$ ), равно как и их энергия (10–100 эВ) [Akasofu, 1977].

Плазмосфера — область, заполненная относительно плотной ( $n \approx 10^2 \div 10^3 \text{ см}^{-3}$ ) холодной ( $T \approx 1 \text{ эВ}$ ) плазмой ионосферного происхождения, вращающейся вместе с Землей; лишь вблизи границы области (плазмопаузы) температура плазмы возрастает до 10 эВ [Грингауз, Безруких, 1977].

Перечисленные структурные образования в магнитосфере находят отражение в структуре областей высыпания авроральных частиц в ионосферу Земли. Область высыпания частиц в ночном секторе может быть разделена на две зоны, в которых характеристики частиц заметно различаются: высокоширотная зона вторжения мягких частиц и смещенная к экватору относительно первой зона вторжения жестких частиц [Eather, Mende, 1972]. Локализация рассматриваемых зон по широте, равно как и энергетические характеристики высыпающихся в них частиц, позволяет связать первую из них с внешним, а вторую — с внутренним плазменным слоем.

Потоки высыпающихся в этих зонах частиц отличаются не только по своему спектральному составу, но и по морфологическим признакам: в первой области вторжения могут носить дискретный характер (область дискретных сияний), в то время как во второй они чаще всего имеют форму диффузных неструктурированных высыпаний (область мантийных или диффузных сияний) [Lui, Anger, 1975; Сергеев, Цыганенко, 1980]. Вместе с тем, как отмечает С.-И. Акасофу [Akasofu, 1975], диффузные сияния являются таковыми лишь в вечернем секторе диффузной зоны, тогда как в послеполуночные часы в этой зоне наблюдаются и дискретные структуры: пятна, полосы и дуги.

Кроме того, характеристики потоков в диффузной зоне зависят также и от местного времени: в вечернем секторе зоны могут наблюдаться интенсивные водородные сияния, тогда как в ночные и утренние часы свечение связано исключительно с высыпанием электронов, энергия которых возрастает от вечерних к утренним часам [Исаев, 1980].

Зона высыпания мягких частиц включает в себя большую часть сияний полярной шапки и часть зоны визуально наблюдаемых дискретных сияний (овал полярных сияний). Физический смысл аврорального овала в настоящее время неясен: в слабо возмущенных условиях в плазменном слое на  $L$ -оболочках, соответствующих овалу, не наблюдается особенностей ни в магнитном поле, ни в параметрах плазмы. Может быть, "спокойный" овал соответствует области продольных токов, формирующихся в процессе конвекции магнитосферной плазмы.

Области вторжения относительно более жестких и мягких частиц могут быть выделены также и в дневном секторе полярной шапки. Энергетические спектры вторгающихся частиц в дневной зоне жестких высыпаний близки к таковым в ночной жесткой

зоне и соответствуют, по-видимому, высыпаниям из плазменного слоя. Энергия частиц в мягкой зоне близка к энергии частиц в переходной области, что позволяет отождествить эту зону с высыпаниями из входного слоя и плазменной мантии. Граница между высыпаниями из этих двух областей может быть определена по характерному изменению pitch-углового распределения частиц: значительная часть зоны вторжения мягких частиц находится на замкнутых силовых линиях магнитного поля, что соответствует высыпанию из входного слоя [McDiarmid et al., 1976, 1979].

## 1.2. ПРОДОЛЬНЫЕ И ИОНОСФЕРНЫЕ ТОКИ В ПОЛЯРНЫХ ШАПКАХ ЗЕМЛИ

Помимо потоков энергичных частиц, связь между магнитосферой и ионосферой Земли осуществляют также продольные (текущие вдоль силовых линий магнитного поля) токи, распределение которых в полярных шапках показано на рис. 1.2. Как видно из рисунка, продольные токи наблюдаются над полярной ионосферой в трех областях:

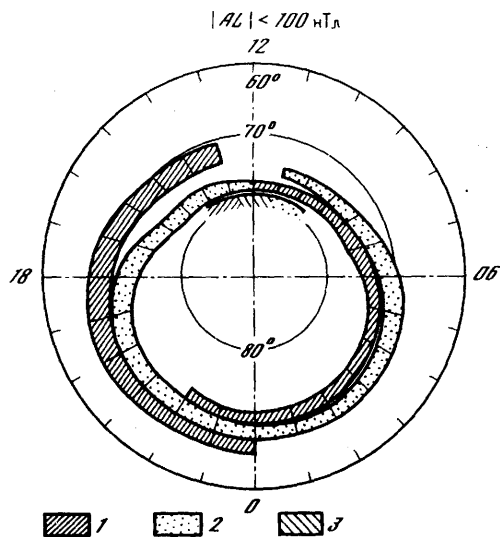
1) высокоширотная зона, локализованная приблизительно вдоль полярной кромки аврорального овала; токи в этой области втекают в ионосферу утром (0–12 ч) и вытекают вечером (12–24 ч). Однако распределение токов вдоль этой зоны весьма неравномерное: интенсивность последних достигает максимума в среднем в 8 и 16 ч MLT [Iijima, Potemra, 1976], а в спокойных условиях – соответственно в 10 и 14 ч [Potemra, 1982]. Уровень магнитной активности влияет не только на локализацию, но и на плотность токов в этой зоне, увеличивающаяся в среднем от  $0,5 \cdot 10^{-10}$  А/см<sup>2</sup> в спокойных условиях до  $2 \cdot 10^{-10}$  А/см<sup>2</sup> во время возмущений;

2) низкоширотная зона, соответствующая экваториальной границе зоны полярных сияний; здесь продольные токи втекают в ионосферу в предполуденные часы и вытекают из нее в послеполуденные. Интенсивность втекающих токов максимальна в 22 ч, а вытекающих – в 2–3 ч MLT. В ночном секторе зона 2 вплотную примыкает к зоне 1, а в дневные часы смещается от нее в более низкие широты. С ростом магнитной активности плотность токов в зоне 2 возрастает от  $10^{-11}$  А/см<sup>2</sup> в спокойных условиях до  $10^{-10}$  А/см<sup>2</sup> во время магнитных возмущений;

3) приполюсная зона; в этой области токи втекают в ионосферу в послеполуденные часы и вытекают из нее в предполуденные. Интенсивность этих токов слабо связана с уровнем геомагнитной активности; предполагается, что она возрастает с ростом северной компоненты ММП [Troshichev, 1982].

Проектируя область существования продольных токов вдоль силовых линий геомагнитного поля на экваториальную плоскость магнитосферы, можно видеть, что токи зон 1 и 3 в дневном секторе магнитосферы генерируются вблизи магнитопаузы, по-видимому, в ходе процесса взаимодействия солнечного ветра с магнитосферой. В то же время источники

Рис. 1.2. Распределение продольных токов по данным спутника TRIAD [Iijima, Potemra, 1978]  
1 – токи, втекающие в ионосферу; 2 – токи, вытекающие из ионосферы; 3 – область, в которой наблюдаются токи обоих направлений





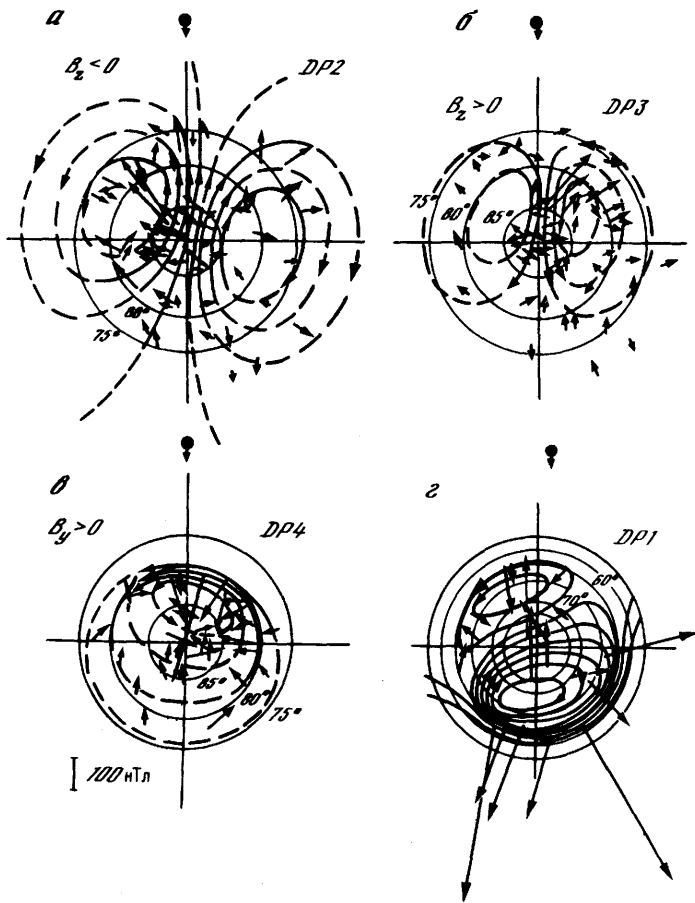


Рис. 1.3. Эквивалентные токовые системы магнитных возмущений в полярных шапках  
 а – DP2-возмущения ( $B_z < 0$ ); б – DP3-возмущения ( $B_z > 0$ ); в – DP4-возмущения ( $B_y > 0$ );  
 г – DP1-возмущения (типичная суббуря 0 2.04.67 г. 11 ч. 50 мин)

токов зоны 2 локализованы во внутренней магнитосфере и связаны, скорее всего, с процессами конвекции и поляризации магнитосферной плазмы [Vasyliunas, 1970; Wolf, 1975; Ляцкий, 1978].

Замыкаясь через полярную ионосферу, продольные токи образуют в ней крупномасштабные токовые системы, в эквивалентной форме представленные на рис. 1.3.

Токовая система DP2 (рис. 1.3, а) состоит из двух вихрей с фокусами на широте примерно  $75-80^\circ$  в 6 и 16 ч MLT; непосредственно в полярной шапке токи текут преимущественно в направлении ночь–день. Согласно [Nishida, 1968], DP2-возмущения связаны с ММП южного направления и их интенсивность растет с ростом интенсивности последнего. Предполагается, что возмущения этого типа вызываются продольными токами зоны 1 (см. рис. 1.2).

Токовая система DP3 (рис. 1.3, б) также состоит из двух вихрей в полярной шапке, но направление токов в этих вихрях противоположно направлению DP2 вихрей: через полюс токи текут приблизительно в направлении день–ночь; фокусы токовых вихрей локализованы на широте примерно  $80^\circ$  в 10 и 14 ч MLT.

Согласно [Iwasaki, 1971], эта система существует в магнитно-спокойных условиях и ее интенсивность увеличивается с ростом  $B_z$  ММП северного направления. По-видимому, токовая система DP3 в ионосфере связана с продольными токами зоны 3.

Токовая система  $DP_4$  (рис. 1.3, в), ответственная за геомагнитный эффект Свальгарда–Мансурова [Мансуров, 1969; Svalgaard, 1968], характеризуется одним вихрем в каждом полушарии; при этом знак вихрей в разных полушариях также оказывается разным. В отличие от  $DP_2$ - и  $DP_3$ -систем  $DP_4$ -токи текут в шапке в направлении не вдоль линии Земля–Солнце (т.е. полночь–полдень или наоборот), а перпендикулярно ей, т.е. в направлении утро–вечер (или наоборот), причем знак их зависит от знака  $B_y$  ММП. Предполагают, что эти возмущения вызваны комбинацией токов зон 1 и 3 [Трошичев, Гизлер, 1980].

Токовая система  $DP_1$  в отличие от трех перечисленных выше систем, наблюдающихся преимущественно в спокойных условиях, связана с развитием магнитосферной суббури и соответственно с процессами, развивающимися внутри магнитосферы. Наиболее характерной особенностью этой системы являются струйные токи (электроджеты) в зоне полярных сияний, питаемые продольными токами зон 1 и 2, а также дополнительными продольными токами, возникающими во время активной фазы суббури.

Указанная связь параметров электрических токов (и полей) в высокоширотной ионосфере с магнитным полем солнечного ветра находит свое естественное объяснение в рамках "открытой" модели магнитосферы, основанной на представлениях о пересоединении силовых линий магнитного поля Земли и солнечного ветра [Dungey, 1961]. Рассмотрим эту модель подробнее.

### 1.3. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПОЛЯ НА МАГНИТОПАУЗЕ И В ПОЛЯРНЫХ ШАПКАХ ЗЕМЛИ В ОТКРЫТОЙ МОДЕЛИ МАГНИТОСФЕРЫ

Топология магнитного поля в околоземном пространстве и области существования электрического поля в полярной ионосфере в случае открытой магнитосферы и ММП произвольного направления были рассмотрены в простейшей модели диполя (с полем  $B_d$ ), помещенного в однородное внешнее магнитное поле  $B_s$ , в работах, [Nishida, 1971; Stern, 1973]. Согласно выполненным в этих работах расчетам конфигурация силовых линий магнитного поля, полученная путем простого сложения полей  $B_d$  и  $B_s$ , в случае чисто азимутального направления ММП имеет вид, представленный на рис. 1.4. Из рисунка видно, что, как и в случае широко известной модели Данжи, детально разработанной для ММП чисто южного направления, все околоземное пространство может быть разделено на четыре области.

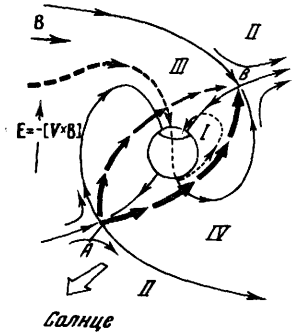
I – область замкнутых силовых линий магнитного поля, обоими своими концами опирающихся на Землю. Эта область является замкнутой и ограничена некоторой квазитороидальной поверхностью  $\sigma$ , пересекающейся с поверхностью Земли вдоль границ полярных шапок. На этой поверхности имеются в общем случае две нейтральные точки (точки  $A$  и  $B$  на рис. 1.4), где  $B = B_d + B_s = 0$ .

II – область силовых линий солнечного ветра, не пересоединяющихся с геомагнитным полем.

III и IV – северная и южная области пересоединившихся силовых линий магнитного поля, одним своим концом опирающихся на Землю, а другим погруженных в солнечный ветер.

Области III и IV целиком охватывают область I, соприкасаясь с ней вдоль поверхности  $\sigma$ . Границей между областями III–IV и II являются цилиндрические поверхности  $\Sigma$  гигантских силовых трубок магнитного поля, выходящих из полярных шапок Земли. Поверхности  $\sigma$  и  $\Sigma$  касаются друг друга вдоль некоторой замкнутой линии (сепаратрисы), проходящей через нейтральные точки (на рис. 1.4 – жирная штриховая линия). В отличие от модели Данжи в рассматриваемом случае азимутального магнитного поля в солнечном ветре эта линия не является нейтральной, т.е. магнитное поле на ней всюду (за исключением двух упомянутых выше точек  $A$  и  $B$ ) не равно нулю и направлено вдоль нее, и, следовательно, сепаратриса является силовой линией магнитного поля.

Рис. 1.4. Конфигурация силовых линий магнитного поля в плоскости  $YZ$  в открытой модели магнитосферы [Stern, 1973] в случае чисто азимутального ММП



Аналитическое выражение, определяющее значение угла  $\varphi$  между направлением сепаратрисы в подсолнечной точке и осью  $Z$  солнечно-магнитосферной системы координат, получено в рамках рассматриваемой модели в работе [Yeh, 1976]:

$$\operatorname{tg} \varphi = (-3 \pm \sqrt{8 \operatorname{tg}^2 \theta + 9}) / 2 \operatorname{tg} \theta, \quad (1.1)$$

где  $\theta$  — угол между вектором  $B$  и осью  $Z$ ; знак "плюс" при  $0 \leq \theta \leq \pi/2$ , знак "минус" при  $\pi/2 < \theta < \pi$ .

Если считать силовые линии магнитного поля эквипотенциальными, то электрическое поле, существующее в солнечном ветре в неподвижной относительно Земли системе отсчета, поступает в полярные шапки и, как видно из рис. 1.4, направлено в рассматриваемом случае от утренней стороны Земли к вечерней. Нетрудно видеть, что указанное направление поля  $E$  сохраняется при любой ориентации ММП (кроме чисто северного, когда электрическое поле в полярных шапках исчезает).

Распределение потенциала электрического поля в северной полярной шапке в рамках рассматриваемой модели при различной ориентации ММП представлено на рис. 1.5. В случае чисто азимутального поля  $B_y = 3$  нТл (рис. 1.5, а) поле  $E$  в центральной части шапки направлено от утренней стороны Земли к вечерней (независимо от знака  $B_y$ ), что соответствует полю  $DP2$ -вариаций. Кроме того, в дневной части шапки существует составляющая поля  $E$  вдоль линии Земля—Солнце, направленная в рассматриваемом случае ( $B_z > 0$ ) в антисолнечном направлении. Знак этой компоненты поля оказывается противоположным в разных полушариях Земли и меняется с изменением знака  $B_z$ . Можно полагать, что это поле определяет токовую систему  $DP4$  (эффект Свальгарда—Мансурова). При этом интенсивность электрического поля заметно ослаблена в вечернем секторе шапки, что согласуется с результатами непосредственных измерений поля  $E$  [Нерпнер, 1972].

Появление  $X$ -компоненты в межпланетном магнитном поле приводит к повороту вектора  $E$  в полярной шапке по часовой стрелке (рис. 1.5, б). Добавление  $Z$ -компоненты к межпланетному магнитному полю приводит к изменению размеров полярной шапки: при  $B_z < 0$  (рис. 1.5, в) радиус шапки увеличивается, при  $B_z > 0$  (рис. 1.5, г) — уменьшается. При этом разность потенциалов через шапку ( $\Delta\Phi$ ) также увеличивается с ростом  $B_z$  южного направления.

Принятие более реалистической модели геомагнитного поля с учетом поля  $DCF$ -токов [Stern, 1973; Akasofu et al., 1981] практически не меняет указанных результатов.

Таким образом, модель Стерна естественно объясняет, по крайней мере качественно, наблюдаемые особенности поведения электрических полей в полярных шапках Земли. Однако с количественной стороны она оказывается не вполне удовлетворительной. В самом деле, как видно из рис. 1.5, в отличие от величины  $\Delta\Phi$ , отчетливо зависящей от знака  $B_z$  ММП, интенсивность электрического поля в шапке от знака  $B_z$  не зависит, что явно противоречит экспериментальным данным. Абсолютная величина расчетной разности потенциалов ( $\Delta\Phi \approx 600$  кВ) оказывается явно завышенной по сравнению с ее реальным значением ( $\Delta\Phi \approx 100$  кВ). Такое несоответствие результатов расчета экспериментальным данным автор объясняет (по-видимому, вполне справедливо) тем, что рассматриваемая им упрощенная модель не учитывает того существенного факта, что скорость солнечного ветра вблизи магнитопаузы и магнитное поле в переходной области существенно отличаются от таковых в невозмущенном солнечном ветре. При этом автор указывает на необходимость учета процессов пересоединения силовых линий магнитного поля на магнитопаузе, способных существенно изменить

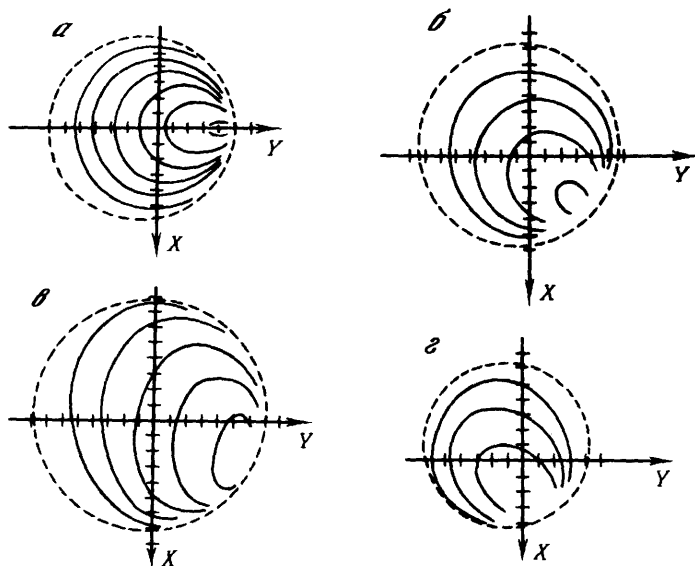


Рис. 1.5. Распределение электрического потенциала в северной полярной шапке при различной ориентации ММП [Stern, 1973]  
 а -  $B_x = 0$ ,  $B_y = 3$  нТл,  $B_z = 0$ ; б -  $B_x = -3$  нТл,  $B_y = 3$  нТл,  $B_z = 0$ ; в -  $B_x = 3$  нТл,  $B_y = 3$  нТл,  $B_z = -3$  нТл; г -  $B_x = -3$  нТл,  $B_y = 3$  нТл,  $B_z = 3$  нТл

топологию течения плазмы и нарушить условия вмороженности магнитного поля в окрестностях магнитопаузы.

Попытка учесть указанные явления при исследовании механизма генерации электрических полей в магнитосфере была предпринята в рамках плоской модели в работе [Gonzalez, Mozer, 1974]. Исходными предположениями в этой модели являются следующие.

1. На магнитопаузе, которая считается плоской, имеет место пересоединение силовых линий магнитного поля Земли и солнечного ветра. Пересоединение происходит вдоль некоторой линии (линия пересоединения), направление которой определяется взаимной ориентацией и интенсивностью пересоединяющихся полей. При этом в отличие от модели Стерна, где соотношение между интенсивностью полей на поверхности  $\sigma$  не зависит от модуля внешнего поля, в двумерном случае эти поля оказываются независимыми друг от друга и их отношение является свободным параметром задачи.

2. Течение плазмы в окрестностях магнитопаузы происходит в направлении, перпендикулярном линии пересоединения.

3. Линия пересоединения параллельна токам в слое, разделяющем пересоединяющиеся поля (это требование эквивалентно предыдущему).

Последнее утверждение можно пояснить следующим образом. Условие, что плазма растекается перпендикулярно линии пересоединения, означает, что сила Ампера, действующая на плазму в окрестностях этой линии, не имеет составляющей вдоль нее, т.е.  $j_x B_z = 0$ . Здесь ось  $Z$  направлена по нормали к магнитопаузе,  $X$  — по касательной к магнитопаузе перпендикулярно линии пересоединения. Отсюда непосредственно следует, что в условиях пересоединения (когда  $B_z \neq 0$ )  $j_x = 0$ , т.е. токи, перпендикулярные линии пересоединения, действительно равны нулю. При этом составляющая магнитного поля, параллельная линии пересоединения, оказывается непрерывной при переходе через магнитопаузу ( $\Delta B_y = \frac{4\pi}{c} j_x = 0$ ). Таким образом, линия пересоеди-

нения, на которой  $B_z = B_x = 0$  и отлична от нуля лишь  $B_y$ , является силовой линией магнитного поля, т.е. с физической точки зрения аналогична сепаратрисе в рассмотренной выше модели Стерна. Это обстоятельство, по-видимому, обеспечивает взаимную преемственность обеих моделей.

Из условия непрерывности величины  $B_y$  при переходе через магнитопаузу легко получить выражение, определяющее направление линии пересоединения.

Пусть векторы  $\mathbf{B}_E$  и  $\mathbf{B}_S$  лежат в плоскости  $XY$ , касательной к магнитопаузе, и угол между ними равен  $\theta$  (рис. 1.6). Соединим их концы прямой линией и проведем ось  $Y$  перпендикулярно этой линии. Очевидно, что проекция векторов  $\mathbf{B}_E$  и  $\mathbf{B}_S$  на ось  $Y$  равны друг другу, т.е. ось  $Y$  представляет собой искомую линию пересоединения.

Из элементарных тригонометрических соображений следует, что

$$\begin{aligned} \sin \varphi &= \frac{B_E - B_S \cos \theta}{(B_E^2 + B_S^2 - 2B_E B_S \cos \theta)^{1/2}}, \\ \sin(\theta - \varphi) &= \frac{B_S - B_E \cos \theta}{(B_E^2 + B_S^2 - 2B_E B_S \cos \theta)^{1/2}}. \end{aligned} \quad (1.2)$$

Нетрудно показать, что при  $|B_S|$ , не слишком отличающемся от  $|B_E|$ , значения угла  $\varphi$ , рассчитанные по формулам (1.1) и (1.2), в целом близки друг к другу; в частности, при  $B_S \approx B_E$  угол  $\varphi \approx \theta/2$ .

Из исходного положения 2 этой модели (или эквивалентного ему условия 3) вытекает еще одно весьма существенное следствие, а именно: при любом соотношении модулей полей  $\mathbf{B}_E$  и  $\mathbf{B}_S$  существует такой критический угол  $\theta_{кр}$ , при котором нормальная к линии пересоединения компонента вектора  $\mathbf{B}_E$  исчезает (рис. 1.6) и при  $\theta < \theta_{кр}$  проекции векторов  $\mathbf{B}_E$  и  $\mathbf{B}_S$  на ось  $X$  имеют одинаковый знак. При этом, как полагают авторы [Gonzalez, Mozer, 1974], пересоединение становится невозможным. Нетрудно видеть, что

$$|\theta_{кр}| = \arccos(B_S/B_E). \quad (1.3)$$

Причины, в результате которых пересоединение силовых линий в случае  $\theta < \theta_{кр}$  становится невозможным, в работе не обсуждаются; мы рассмотрим их позднее (см. гл. 4), предварительно ознакомившись с существующими представлениями о протекании самого процесса пересоединения.

Взаимная ориентация векторов пересоединяющихся магнитных полей и линии пересоединения на магнитопаузе в модели Гонсалеса и Мозера представлена на рис. 1.6. В результате предполагаемого моделью растекания плазмы перпендикулярно линии пересоединения компонента поля  $E$ , перпендикулярная этой линии, исчезает и электрическое поле вблизи магнитопаузы ( $E_I$ ) параллельно линии пересоединения; при этом

$$E_I = \begin{cases} \frac{1}{c} v_{с.в} B_S \sin(\theta - \varphi) & \text{при } |\theta| > |\theta_{кр}|, \\ 0 & \text{при } |\theta| \leq |\theta_{кр}| \end{cases} \quad (1.4a)$$

и соответственно разность потенциалов на магнитопаузе

$$\Delta \Phi_I = E_I L = \begin{cases} \frac{L}{c} v_{с.в} B_S \sin(\theta - \varphi) & \text{при } |\theta| > |\theta_{кр}|, \\ 0 & \text{при } |\theta| \leq |\theta_{кр}|, \end{cases} \quad (1.4b)$$

где  $L$  — длина линии пересоединения;  $v_{с.в}$  — скорость солнечного ветра;  $B_S$  — однородное внешнее магнитное поле;  $c$  — скорость света.

Результаты, весьма близкие к представленным выше, получены также в работах [Sonnerup, 1974; Hill, 1975].

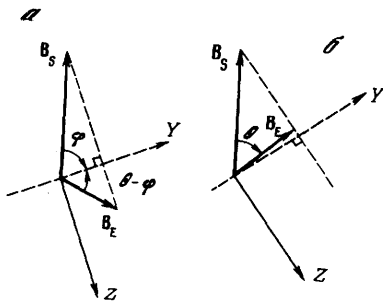


Рис. 1.6. Взаимная ориентация векторов магнитного поля и линии пересоединения в плоской модели [Gonzalez, Mozer, 1974]

$a - |\theta| > |\theta_{кр}|$ ;  $б - |\theta| < |\theta_{кр}|$

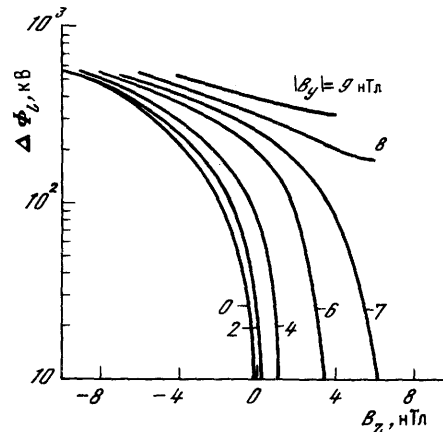


Рис. 1.7. Разность потенциалов в полярной шапке  $\Delta\Phi_I$  при различных значениях  $|B_y|$  и  $B_z$  при  $v = 300$  км/с [Gonzalez, Mozer, 1974]

В дальнейших расчетах предполагается, что течение плазмы в переходной области не возмущено наличием магнитосферы; при этом  $v_{с.в} B_s = v_{\infty} B_{\infty}$  (индекс  $\infty$  относится к параметрам невозмущенного солнечного ветра перед фронтом отошедшей ударной волны). Магнитное поле солнечного ветра предполагается перпендикулярным вектору скорости последнего. Тогда, полагая длину линии пересоединения равной  $L = \pi R_m$ , где  $R_m$  — радиус магнитопаузы, находим

$$\Delta\Phi_I = \begin{cases} \frac{\pi}{c} R_m v_{\infty} B_{\infty} \sin(\theta - \varphi) & \text{при } |\theta| > |\theta_{кр}|; \\ 0 & \text{при } |\theta| \leq |\theta_{кр}|, \end{cases} \quad (1.5)$$

$\varphi$  определяется формулой (1.2). Магнитное поле в переходной области (в соответствии с экспериментальными данными) принималось равным  $B_s = 5 B_{\infty}$ , а  $B_E$  в магнитосфере предполагалось независимым от параметров солнечного ветра и равным 70 нТл.

Результаты расчетов величины  $\Delta\Phi_I$  по формуле (1.5) при различных значениях  $|B_y|$  и  $B_z$  ММП и  $v = 300$  км/с представлены на рис. 1,7, из которого видно, что, как и в модели Стерна, в модели Гонсалеса и Мозера разность потенциалов электрического поля на магнитопаузе зависит от  $B_z$  и  $|B_y|$  ММП, уменьшаясь с поворотом вектора ММП от южного направления к северному. При этом в случае  $B_z = 0$  разность потенциалов может достигать при обычных значениях  $|B_y| = 5$  нТл значения  $\Delta\Phi_I = 150$  кВ.

Полученное Гонсалесом и Мозером изменение величины  $\Delta\Phi_I$  при изменении ориентации вектора ММП в целом согласуется с экспериментальными данными. Однако абсолютная величина  $\Delta\Phi_I$ , достигающая 300 кВ при достаточно умеренных значениях  $B_z$  и  $B_y$ , оказывается значительно завышенной (как и в модели Стерна). Особенно отчетливо это видно на рис. 1.8, где представлены вариации электрического поля (компонента утро—вечер) в ионосфере, измеренного на баллонах в обсерваториях Туле и Резольют-Бей, и вариации модельного поля  $E_y$ , рассчитанного по формуле (1.5) в предположении, что поле в полярной шапке однородно и диаметр последней равен 3000 км. При общем подобии расчетной и экспериментальной кривых теоретические значения  $E_y$  оказываются в среднем в 3 раза больше измеренных. По мнению авторов работы [Gonzalez, Mozer, 1974], наблюдаемое расхождение модели с экспери-

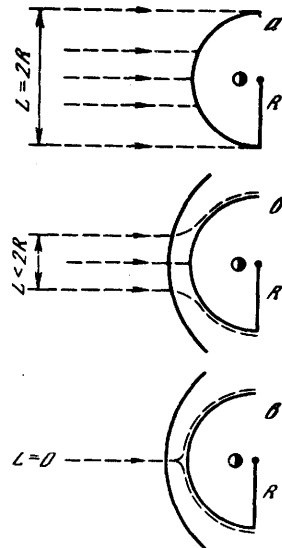
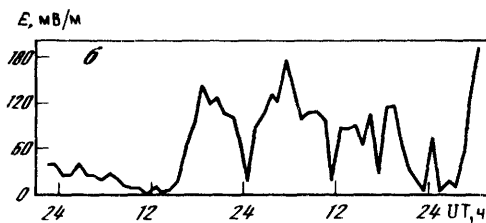
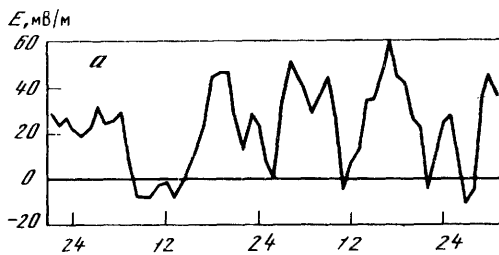


Рис. 18. Вариации электрического поля (компонента утро–вечер) в полярной шапке 04.–05.09.71 г. [Gonzalez, Mozer, 1974]

*a* – экспериментальные данные, полученные на обсерваториях Туле и Резольют-Бей; *б* – результаты расчетов

Рис. 19. Влияние особенностей течения плазмы солнечного ветра на длину линии пересоединения и разность потенциалов на магнитопаузе [Gonzalez, Mozer, 1974]

*a* –  $L = 2R$ ; *б* –  $L < 2R$ ; *в* –  $L = 0$

ментом объясняется, скорее всего, не совсем верным выбором параметров течения плазмы в переходной области.

В более поздних работах [Kan, Lee, 1979; Gonzalez W.D., Gonzalez A.L.C., 1981] обратили внимание на то, что утренне-вечерняя компонента электрического поля на магнитопаузе  $E_D$  определяется не всем полем  $E_I$ , направленным, как мы знаем, вдоль линии пересоединения, но его проекцией на экваториальную плоскость, т.е.

$$E_D = E_I \cos(90^\circ - \varphi) = \begin{cases} \frac{1}{c} v_\infty B_\infty \sin(\theta - \varphi) \sin \varphi & \text{при } |\theta| > |\theta_{кр}|, \\ 0 & \text{при } |\theta| \leq |\theta_{кр}|, \end{cases} \quad (1.6)$$

где при этом среднее значение поля  $E_D$  на магнитопаузе оказывается около 2 мВ/м, что вполне согласуется с наблюдениями [Paschmann et al., 1979; Sonnerup et al., 1981]. Разность потенциалов на магнитопаузе при  $L = \pi R_m$  составляет примерно 360 кВ, что существенно больше реального значения  $\Delta\Phi_D$ . Причины этого расхождения состоят, как и ранее, главным образом в неучете гидродинамических аспектов обтекания магнитосферы солнечным ветром.

Влияние особенностей течения плазмы на длину линии пересоединения, интенсивность электрического поля и разность потенциалов на магнитопаузе иллюстрирует рис. 1.9 из работы [Gonzalez, Mozer, 1974], из которого видно, что величина  $\Delta\Phi$  может меняться при прочих равных условиях от  $\Delta\Phi = 2R_m E_\infty$  в случае, когда потоковые линии представляют собой пучок параллельных друг другу прямых (рис. 1.9, *a*), до нуля, когда обтекание магнитосферы солнечным ветром происходит классическим образом, с образованием изолированной застойной точки на магнитопаузе (рис. 1.9, *в*). Реальная

ширина "окна" на магнитопаузе, как видно из рис. 1.8 и аналогичных расчетов, выполненных в работах [Morfil, Sholer, 1972; Siscoe, Crooker, 1974; Stern, 1975], составляет в среднем (5–10)  $R_E$ , т.е. течение плазмы в переходной области имеет вид, аналогичный представленному на рис. 1.9, б.

Почему это "окно" оказывается именно таким, какое оно есть, и как меняется его ширина с изменением параметров солнечного ветра, рассмотренные выше "вакуумные" модели магнитосферы объяснить не могут. Чтобы это сделать, необходимо решить проблему обтекания магнитосферы солнечным ветром при наличии замороженного в него магнитного поля. При этом топология течения и значения скорости солнечного ветра и магнитного поля в окрестностях магнитопаузы, представляющие собой граничные условия для проблемы обтекания, определяются возможностью и особенностями развития процессов пересоединения силовых линий магнитного поля Земли и солнечного ветра. В то же время скорость пересоединения силовых линий магнитного поля, параметры плазмы, электрического и магнитного полей в области пересоединения, в свою очередь, определяются соответствующими характеристиками солнечного ветра в переходной области между фронтом отошедшей ударной волны и магнитопаузой. Таким образом, проблема взаимодействия солнечного ветра с магнитосферой Земли может быть решена только в результате согласованного рассмотрения течения плазмы (с замороженным в нее магнитным полем) в окрестностях магнитопаузы и процесса пересоединения силовых линий магнитного поля на магнитопаузе.

Современные теоретические представления и экспериментальные данные относительно условий развития и особенностей протекания процессов пересоединения излагаются в следующих главах.

## Глава 2

### ПЕРЕСОЕДИНЕНИЕ МАГНИТНЫХ СИЛОВЫХ ЛИНИЙ

#### 2.1. КАЧЕСТВЕННОЕ РАССМОТРЕНИЕ ПРОЦЕССА ПЕРЕСОЕДИНЕНИЯ

Процесс пересоединения магнитных силовых линий ответствен за быструю перестройку структуры магнитного поля и преобразование энергии магнитного поля в кинетическую и внутреннюю энергию плазмы. Как сейчас полагают (см. гл. 3), магнитная энергия сначала накапливается в окрестности токового слоя (рис. 2.1, а), затем токовый слой быстро разрушается (хотя бы частично). Имеются две возможности объяснения этого разрушения: омическая диссипация магнитного поля, которая по традиции называется аннигиляцией магнитных силовых линий, и разрыв токового слоя, так называемая модель "рогатки".

Начнем с первого случая и рассмотрим следующую простую задачу [Yeh, Axford, 1970]. Пусть в однородной и несжимаемой плазме с проводимостью  $\sigma$  в некоторый момент времени  $t = 0$  задано магнитное поле  $\mathbf{B} = \pm B_0 \mathbf{e}_y$  при  $x \geq 0$  соответственно, т.е. при  $x = 0$  имеется токовый слой (рис. 2.1, а). Последующее изменение интенсивности магнитного поля описывается уравнением (см. Прил., формула (И.6)), которое для нашей простой геометрии сводится к следующему:

$$\frac{\partial B_y}{\partial t} = \frac{c^2}{4\pi\sigma} \frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2}.$$



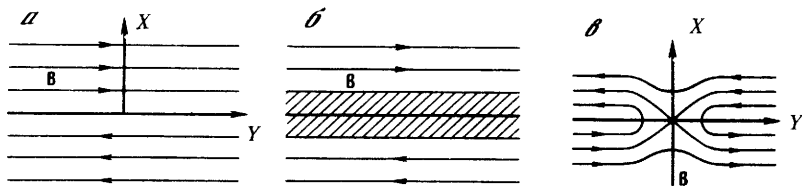


Рис. 2.1. Конфигурация силовых линий магнитного поля вблизи токового слоя в начальный момент времени (а), по прошествии некоторого времени (б) и разрыв токового слоя (в) [Буланов, Сасоров, 1978]

Последнее уравнение имеет решение

$$B_y(x, t) = \pm \frac{2}{\sqrt{\pi}} B_0 \operatorname{erf} \left( \frac{\pi \omega x^2}{c^2 t} \right)^{1/2},$$

где  $\operatorname{erf}(x)$  – интеграл ошибок [Корн Г., Корн Т., 1970]. Толщина переходного слоя, характеризующегося пониженным значением магнитного поля,  $x_D = (c^2 t / \pi \omega)^{1/2}$  и увеличивается со временем. Таким образом, в ходе рассматриваемого процесса магнитное поле в области, прилегающей к плоскости  $x = 0$  (на рис. 2.1, б заштрихована), непрерывно уменьшается. Однако нормальной к токовому слою  $B_x$ -компоненты магнитного поля не возникает, т.е. магнитные силовые линии не пересоединяются и их следует рассматривать как аннигилирующие при слиянии в нейтральном слое  $x = 0$ . При этом энергия аннигилирующего магнитного поля превращается в тепло.

В то же время скорость диффузии  $dx_D/dt = (1/2)(c^2/\pi\omega t)^{1/2}$  уменьшается со временем, вследствие чего процесс слияния силовых линий магнитного поля затухает. Для большинства космических токовых слоев, в том числе для токовых слоев магнитосферы Земли, из-за высокого значения проводимости плазмы процесс аннигиляции магнитных силовых линий оказывается слишком медленным, не способным вызвать целый ряд наблюдаемых явлений.

Однако до сих пор эта идея время от времени используется для построения моделей взрывных явлений в плазме. Рассмотрим, например, модель солнечной вспышки [Каплан и др., 1977]. Когда ток в слое достигает некоторого критического значения, то развивается anomальное сопротивление, проводимость резко уменьшается (см. разд. 3.2) и процесс аннигиляции магнитных силовых линий становится эффективным. Но чтобы такое критическое значение тока было достигнуто, необходимо, чтобы токовый слой был очень тонким (около 10 см), в то время как два других его размера – порядка десятков тысяч километров. Нужно также, чтобы anomальное сопротивление развивалось сразу во всем токовом слое, иначе процессы в токовом слое будут совсем иными. Выполнение всех этих требований в реальной ситуации представляется маловероятным, во всяком случае для магнитосферы это не так.

Второй механизм (модель "рогатки") основан на представлении о вмороженности магнитных силовых линий в плазму. В идеально проводящей плазме магнитные силовые линии вморожены в среду [Ландау, Лифшиц, 1957]: две частицы плазмы, находящиеся в начальный момент времени на некоторой силовой линии магнитного поля, находятся на ней произвольно долго. Поэтому силовые линии можно метить частицами плазмы и формально приписать силовой линии скорость, с которой движутся находящиеся на ней частицы. Если вследствие локального нарушения условий вмороженности две частицы, первоначально находящиеся на одной магнитной силовой линии, в дальнейшем окажутся на разных силовых линиях, будем говорить, что произошел разрыв магнитной силовой линии. Подчеркнем, что магнитные силовые линии могут рваться только в плазме с конечной проводимостью.

Предположим теперь, что в некотором участке токового слоя проводимость плазмы локально уменьшилась, скажем, вследствие развития anomального сопротивления

(см. рис. 2.1, *в*). В месте падения проводимости локально происходит диффузия магнитного поля, магнитные силовые линии рвутся, образуется нейтральная  $X$ -линия ( $B = 0$ ), и около нее появляется нормальная к токовому слою компонента магнитного поля, т.е. происходит пересоединение. На части токового слоя по разные стороны от  $X$ -линии действуют силы, связанные с натяжением магнитных силовых линий. Сокращаясь, магнитные силовые линии будут выталкивать части токового слоя в направлении от  $X$ -линии, в результате чего плазма должна ускоряться (отсюда и произошел термин "рогатка"). На месте  $X$ -линии формируется новый токовый слой, и весь процесс повторяется.

Раньше модель "рогатки" была весьма популярна, и на ее основе было построено немало теорий, в том числе в физике магнитосферы. Однако эта модель — качественная, и основной ее недостаток в том, что она не учитывает взаимодействия между плазмой и магнитным полем. Всякое возмущение в плазме сопровождается генерацией МГД-волн, которые могут распространяться, интерферировать, оказывать влияние на исходную конфигурацию поля. Аккуратный учет всех этих факторов приводит к схеме Петчека, которая подробно рассмотрена ниже.

Мы начнем изучение процесса пересоединения с качественного рассмотрения следующей задачи.

Пусть имеется токовый слой  $I_0$ , который мы будем для простоты считать бесконечно тонким (как говорят, нейтральным). Слой  $I_0$  разделяет антипараллельные магнитные поля  $B_0$  (рис. 2.2, *а*). Предположим, что в некоторой части токового слоя проводимость плазмы уменьшилась, скажем, вследствие развития аномального сопротивления. Тогда, очевидно, плотность тока в этом месте уменьшится. Формально это эквивалентно тому, что в месте уменьшения проводимости появляется ток  $I_1$ , направленный противоположно исходному току  $I_0$ . Появление тока  $I_1$  в плазме приводит к генерации МГД-волн, из которых основную роль играют альфвеновские волны, так как именно они создают токовую систему замыкания  $I_1$  [Ляцкий, 1978]. Она состоит из тока на месте падения проводимости, продольных токов и поляризационных токов на передних фронтах альфвеновских волн.

До появления аномального сопротивления токовый слой представлял собой тангенциальный разрыв, и на нем выполнялись все отвечающие этому типу разрыва соотношения. Однако после возникновения токовой системы  $I_1$  на части токового слоя, до которого дошло возмущение, соотношения (П.7) — (П.10) перестают выполняться. Действительно, на этой части токового слоя появляется нормальная компонента магнитного поля и тангенциальная компонента электрического поля (рис. 2.2, *б*), что приводит к скачку плотности потока массы и плотности потока энергии. Разрыв, на котором нарушаются законы сохранения, неустойчив: он немедленно распадается на систему ударных или автомодельных волн [Электродинамика плазмы, 1975]. В простейшем симметричном случае, когда параметры плазмы и магнитного поля одинаковы по разные стороны токового слоя, расщепление разрыва происходит на две быстрые и две медленные ударные волны (рис. 2.2, *в*).

Таким образом происходит первичное расщепление токового слоя и рождение медленных ударных волн Петчека. Дальнейшее воздействие диффузионной области на процесс пересоединения осуществляется посредством аналогичного механизма. Пусть ток  $I_1$  в диффузионной области усилился. Тогда вдоль магнитных силовых линий, проходящих через диффузионную область, распространяются альфвеновские волны, которые создают токовую систему замыкания добавочного тока  $I_1$ . На участках медленных ударных волн, которые оказались в сфере действия альфвеновской волны, соотношения на разрыве (П.7) — (П.10), соответствующие старому режиму пересоединения, не выполняются и такой разрыв снова будет распадаться. Однако по сравнению с распадом токового слоя появляется существенное отличие: параметры плазмы и магнитного поля по разные стороны медленной ударной волны сильно асимметричны. Поэтому следует ожидать, что и распад разрыва будет сильно асимметричным. В разд. 2.4 получено решение задачи о нестационарном пересоединении, из которого видно, что вблизи

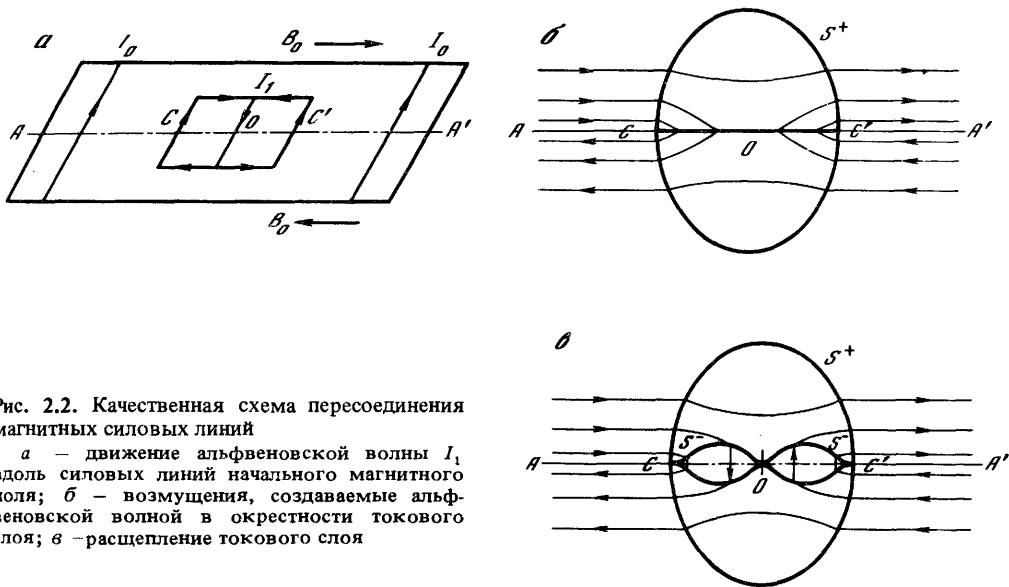


Рис. 2.2. Качественная схема пересоединения магнитных силовых линий

*a* — движение альфвеновской волны  $I_1$  вдоль силовых линий начального магнитного поля; *б* — возмущения, создаваемые альфвеновской волной в окрестности токового слоя; *в* — расщепление токового слоя

диффузионной области, кроме медленных ударных волн, других разрывов нет. Поэтому расщепление разрыва в данном случае сводится просто к деформации медленной ударной волны. Через такой механизм медленная ударная волна подстраивается к новому темпу пересоединения: усилился ток в диффузионной области — увеличился наклон ударной волны по отношению к невозмущенному магнитному полю. Вместе с ударной волной к новому темпу пересоединения подстраивается течение плазмы и электромагнитное поле.

Итак, в процессе спонтанного пересоединения магнитных силовых линий роль диффузионной области исключительно велика: она целиком определяет этот процесс. Это очень важное свойство пересоединения: особенности поведения плазмы в небольшой диффузионной области оказываются ответственными за глобальную структуру течения плазмы и электромагнитного поля. С течением времени альфвеновская волна и связанная с ней система  $I_1$  все дальше продвигаются вдоль магнитных силовых линий, вследствие этого все новые участки токового слоя оказываются в сфере действия токовой системы  $I_1$  и распадаются. Весь процесс носит взрывообразный характер с характерной скоростью порядка альфвеновской.

С физической точки зрения процесс пересоединения магнитных силовых линий — это сильное взаимодействие двух токовых систем: исходного токового слоя  $I_0$  и токовой системы  $I_1$ , связанной с развитием аномального сопротивления. Движение альфвеновской волны и расщепление токового слоя происходят одновременно, вследствие чего создается единая токовая система. Найти в ней черты системы  $I_0$  или  $I_1$  очень трудно. Поэтому строить модель пересоединения, отталкиваясь от взаимодействия токовых систем  $I_0$  и  $I_1$ , не удастся, придется искать совершенно иные методы (см. следующие разделы этой главы).

Обсудим теперь основные свойства процесса пересоединения магнитных силовых линий. Область между быстрой и медленными ударными волнами будем называть областью втекания; область, ограниченную медленными ударными волнами, следуя работе [Vasyliunas, 1975], будем называть *FR*-областью (от field reversal region), и, наконец, часть пространства вне диффузионной области будем называть конвективной зоной.

Первой от диффузионной области распространяется быстрая ударная волна (см. рис. 2,2, *в*). Перед ней среда не возмущена, а за ней появляются конвекция плазмы и возмущения магнитного поля. Быстрая ударная волна слабая, что соответствует пос-

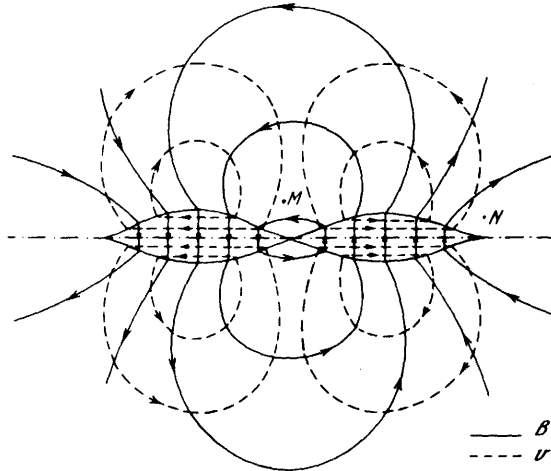


Рис. 2.3. Возмущение магнитного поля (сплошные линии) и конвекция плазмы (штриховые линии) в процессе пересоединения

тепленности включения тока  $I_1$  в диффузионной области. Как и всякая ударная волна малой амплитуды, быстрая ударная волна в нашем случае распространяется со скоростью быстрой магнитозвуковой волны. Далее следуют медленные ударные волны, которые ограничивают область ускоренной до альфвеновской скорости и нагретой плазмы.

На рис. 2.3 показана конфигурация магнитных силовых линий возмущения магнитного поля и конвекции плазмы в области втекания (быстрая ударная волна не показана). По мере развития пересоединения интенсивность магнитного поля над диффузионной областью в точке  $M$ , где возмущение магнитного поля направлено против исходного поля  $B_0$ , убывает с течением времени, а в точке  $N$  вблизи края  $FR$ -области — возрастает. Изменение магнитного поля вызывает появление вихревого электрического поля, которое приводит к конвекции плазмы. Конвекция плазмы, в свою очередь, составляет в диффузионную область магнитные силовые линии, и процесс пересоединения продолжается.

Из сравнения рис. 2.2,  $a$  и  $b$  видно, что произошла перестройка структуры магнитного поля: два полупространства, не взаимодействующие в начальный момент времени, оказались связанными магнитными силовыми линиями. И кроме того, в процессе пересоединения происходит преобразование энергии магнитного поля в кинетическую и тепловую энергию плазмы. Ускорение плазмы в модели Петчека — это по существу кумулятивный эффект. Собираемая под действием электрического поля из большой области втекания плазма затем фокусируется медленными ударными волнами в узкие пучки. Чем больше начальное магнитное поле, тем меньше раствор между ударными волнами и тем до больших скоростей ускоряется плазма. Физически ускорение осуществляется силой Ампера на фронте ударной волны или, точнее, за счет работы электрического поля над токами, текущими на медленных ударных волнах. Эффективность преобразования магнитной энергии в другие виды в процессе пересоединения определяется также и тем, что объем, в котором находится ускоренная и нагретая плазма, быстро (с альфвеновской скоростью) увеличивается со временем. Кроме того, относительно небольшая доля частиц ускоряется (до высоких энергий) электрическим полем в диффузионной области, где магнитное поле мало. Отметим, что, пока  $FR$ -область не достигнет края токового слоя, полный ток в слое остается неизменным; происходит лишь его перераспределение: ток как бы "отжимается" от диффузионной области к краям токового слоя. Преобразование магнитной энергии осуществляется не за счет омического затухания тока, а исключительно вследствие изменения его геометрии.

Стационарное пересоединение Петчека устанавливается в том случае, когда передние края  $FR$ -областей и быстрая ударная волна уходят на бесконечность, а скорость пересоединения (т.е. ток  $I_1$ ) в диффузионной области с некоторого момента времени становится постоянной. Ниже (см. разд. 2.4) показано, что в реальных условиях переход системы в режим стационарного пересоединения маловероятен, так как для такого режима необходимо выполнение весьма жестких требований. Поэтому в громадном большинстве случаев пересоединение, по-видимому, носит нестационарный, импульсный характер.

Генерацию токовой системы  $I_1$  может вызывать не только развитие аномального сопротивления, но также и другие факторы, в первую очередь, как сейчас полагают, развитие тиринг-неустойчивости. В настоящее время роль этого вида неустойчивости в пересоединении Петчека еще недостаточно изучена. Ясно только, что пересоединение с образованием ударных волн должна инициировать достаточно длинноволновая мода, в идеале — с образованием только одной  $X$ - и  $O$ -точек, т.е. одного магнитного острова.

Токовая система  $I_1$  может также инициироваться и внешними причинами, скажем, приходом альфвеновской волны с током на переднем фронте, направленным против тока в слое. Это вариант вынужденного пересоединения. В классической форме этот вариант описывается моделью Соннераупа [Sonnerup, 1970], в которой в диффузионную область приходят сразу четыре альфвеновские волны. Отметим, что пересоединение очень чувствительно к приходу альфвеновских волн и, по-видимому, именно они осуществляют главное взаимодействие между токовыми слоями и границами, например, между магнитопаузой и ионосферой.

Таким образом, в полном объеме процесс пересоединения должен содержать следующие основные стадии.

1. Образование токового слоя. Пересоединение осуществляется в токовых слоях, без них (например, в вакуумном магнитном поле) пересоединение невозможно. Вопрос о формировании и развитии токовых слоев подробно изучался С.И. Сыроватским, он будет рассмотрен в следующей главе.

2. Генерация токовой системы  $I_1$ . Как уже указывалось, наиболее вероятные типы неустойчивостей — это аномальное сопротивление и тиринг-неустойчивость (см. разд. 3.2).

3. Взаимодействие токовых систем  $I_0$  и  $I_1$ , т.е. собственно процесс пересоединения Петчека.

Интересно отметить, что сначала модели этих составных частей одного и того же явления появились как вполне самостоятельные теории, претендующие на полное описание всего процесса целиком, и между их сторонниками существовала (и до сих пор сохранилась!) острая полемика (см., например, [Сыроватский, 1974; Франк, 1974; Anzer, 1973; Каплан и др., 1977; Арцимович, Сагдеев, 1979]). Однако с течением времени становилось все яснее, что это разные стороны одного и того же явления. В своих численных расчетах Сыроватский получил ударные волны Петчека [Брушлинский и др., 1980]. Разрыв токового слоя Сыроватского [Буланов, Сасоров, 1978; Сыроватский, 1979] до некоторой степени похож на нестационарное пересоединение Петчека, описанное выше. Обе теории, и Петчека, и Сыроватского, нуждаются в спусковом механизме, в качестве которого очень часто привлекались тиринг-неустойчивость и развитие аномального сопротивления. Частичная родственность этих теорий часто отмечалась в литературе, однако особенно очевидной она стала после получения решения о спонтанном пересоединении (см. разд. 2.4).

Перейдем теперь к изложению формальной теории пересоединения.

## 2.2. ПЕРЕСОЕДИНЕНИЕ МАГНИТНЫХ СИЛОВЫХ ЛИНИЙ В МОДЕЛИ СОННЕРУПА

С физической точки зрения логичным было бы начать изучение пересоединения магнитных силовых линий с нестационарного случая, от него перейти к стационарному и только потом рассмотреть вынужденное пересоединение в модели Соннерупа. Однако с математической точки зрения гораздо удобнее идти другим путем, обратным: сначала рассмотреть наиболее простой случай пересоединения в модели Соннерупа, затем изучить стационарную модель Петчека и от нее перейти к нестационарному пересоединению. Математически эти задачи преемственны: каждая из них решается на базе предыдущей, более простой. Для простоты ограничимся случаем несжимаемой плазмы. Задачи будем решать методом замороженных координат (см. Прил.). Этот метод позволяет с единой точки зрения описать процесс пересоединения в различных его модификациях. Для несжимаемой плазмы в двухмерном случае уравнения МГД (П.1) – (П.5) во замороженных координатах  $(t, \alpha)$  запишутся в виде (см. (П.27) – (П.31)).

$$\epsilon^2 x_{tt} - x_{\alpha\alpha} = -P_t y_\alpha + P_\alpha y_t, \quad (2.1)$$

$$\epsilon^2 y_{tt} - y_{\alpha\alpha} = -P_\alpha x_t + P_t x_\alpha, \quad (2.2)$$

$$x_t y_\alpha - x_\alpha y_t = 1, \quad (2.3)$$

где  $\epsilon = v_0/v_a$  – число Маха–Альфвена;  $P$  – полное давление. Система приведена к безразмерному виду относительно характерных значений скорости  $v_0$ , магнитного поля  $B_0$  и некоторого характерного размера  $L$ . В несжимаемой плазме медленная ударная волна вырождается в альфвеновский разрыв, все соотношения на котором в переменных  $(t, \alpha)$  сводятся к (П.35), а его уравнение имеет вид

$$\pm \epsilon \alpha = t. \quad (2.4)$$

Вмороженная система координат – это дважды лагранжева система: и по параметру вдоль линии тока течения (времени  $t$ ), и по параметру вдоль магнитной силовой линии  $\alpha$ . Как и во всяком лагранжевом подходе (см., например, [Седов, 1973]), сначала находится связь декартовых координат с лагранжевыми (вмороженными):

$$x = x(t, \alpha), \quad y = y(t, \alpha), \quad (2.5)$$

а затем определяются  $v$  и  $\mathbf{B}$ :

$$v_x = x_t(\dot{t}, \dot{\alpha}), \quad v_y = y_t(t, \alpha), \quad B_x = x_\alpha(t, \alpha), \quad B_y = y_\alpha(t, \alpha). \quad (2.6)$$

Таким образом, формулы (2.5), (2.6) задают решение параметрически. С математической точки зрения функции (2.5) осуществляют отображение  $f$  физического пространства в пространство замороженных координат  $(t, \alpha)$  или, как мы его назвали,  $F$ -многообразии. Для работы с замороженными координатами требуется некоторый навык. Для удобства читателя сводки результатов мы будем приводить также и в декартовых координатах.

*Модель Соннерупа* [Sonnerup, 1970]. Начнем с рассмотрения двухмерной задачи. Пусть в двух полушпоскостях  $(X, Y)$  заданы постоянные магнитные поля  $\mathbf{B}_1$  и  $\mathbf{B}_2$  и ортогонально к плоскости  $(X, Y)$  вдоль оси  $Z$  приложено электрическое поле. Тогда появится конвекция плазмы, и на оси  $X$  условия  $\{v_n\} = 0, \{B_n\} = 0$  одновременно не выполняются, кроме тривиального случая  $B_1 = B_2$ . Предполагается, что в процессе эволюции появляется система ударных волн, которая отклоняет течение и магнитное поле, так, чтобы условия  $\{v_n\} = 0, \{B_n\} = 0$  удовлетворялись. Модель Соннерупа отличается дополнительным предположением, согласно которому решение и во вновь появившихся секторах между ударными волнами состоит из постоянных  $v$  и  $\mathbf{B}$ . Полное давление предполагается постоянным во всем пространстве. Таким образом, решение Соннерупа не просто автомодельно, но еще проще: оно состоит из нескольких областей постоянных течений и полей, разделенных ударными волнами, которые пересекаются на линии пересоединения.

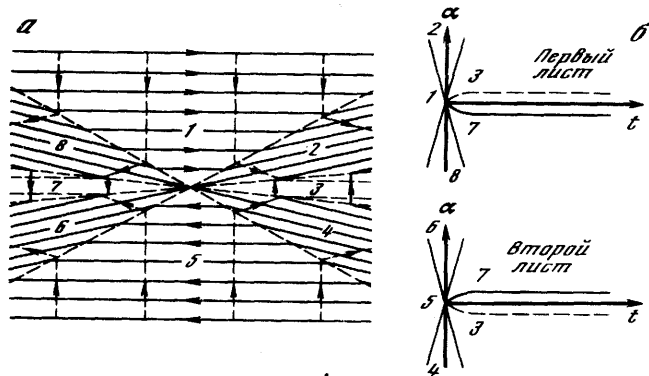


Рис. 2.4. Модель пересоединения Соннерупа

*a* – физическое пространство; *b* – пространство замороженных координат.

Штриховые линии, проходящие через начало координат, – ударные волны. Цифрами указано соответствие областей при отображении физического пространства на *F*-многообразии.

В случае пересоединения силовых линий магнитного поля непрерывные линии – магнитные силовые линии, штриховые линии – линии токатечения. В случае пересоединения линий тока непрерывные линии – линии тока течения, штриховые линии – магнитные силовые линии

Поскольку на каждом разрыве свободный параметр один, а требуется согласовать четыре параметра (по две компоненты скорости и поля), то в модели Соннерупа должно быть восемь разрывов, по четыре в левой и правой полуплоскостях. Для постоянных  $v$  и  $B$  дифференциальные уравнения МГД-системы удовлетворяются тождественно и задача сводится к алгебраическим соотношениям на разрывах. Простейшее решение, соответствующее начальным данным  $\mathbf{V}_1 = (1, 0)$ ,  $\mathbf{v}_1 = (0, -1)$ ,  $\mathbf{V}_2 = (-1, 0)$ ,  $\mathbf{v}_2 = (0, 1)$  (рис. 2, 4, *a*), в I квадранте имеет следующий вид.

Область 1:  $x = \alpha$ ,  $y = -t$ ,  $\mathbf{v} = (0, 1)$ ,  $\mathbf{B} = (1, 0)$ ,

$$t = -\epsilon\alpha, \quad y = \epsilon x,$$

$$\text{область 2: } x = \frac{f}{\sqrt{2}} \alpha + \frac{1}{\epsilon\sqrt{2}} t, \quad t = \frac{f}{\sqrt{2}} \alpha + \frac{1}{\sqrt{2}} t',$$

$$y = \frac{\epsilon}{\sqrt{2}} \alpha - \frac{1}{f\sqrt{2}} t = \epsilon \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \alpha - \frac{1}{f\sqrt{2}} t' \right),$$

(2.7)

$$\mathbf{v} = \left( \frac{1}{\epsilon\sqrt{2}}, -\frac{1}{f\sqrt{2}} \right), \quad \mathbf{B} = \left( \frac{f}{\sqrt{2}}, \frac{\epsilon}{\sqrt{2}} \right);$$

$$\text{разрыв: } t = \epsilon\alpha, \quad y = \frac{\epsilon}{f^2} x;$$

$$\text{область 3: } x = \frac{f}{\epsilon} t = ft', \quad y = \frac{\epsilon}{f} \alpha = \epsilon \left( \frac{\alpha}{f} \right), \quad \mathbf{v} = (f/\epsilon, 0),$$

$$\mathbf{B} = (0, \epsilon/f), \quad f = 1 + \sqrt{2}, \quad t' = t/\epsilon, \quad \epsilon = V_0/v_a.$$

Остановимся теперь на физическом смысле полученных результатов. Прежде всего видно, что произошла перестройка структуры магнитного поля: два полупространства, не взаимодействующие в начальный момент времени, оказались связанными магнитными силовыми линиями. Плазма уже после первого разрыва ускорилась до альфеновской скорости  $v_a$ . После второго разрыва в области 3 интенсивность магнитного поля ослабла:  $B \sim \epsilon$ . Правда, в области 2  $B$  несколько возросло:  $B = \sqrt{3/2 + \sqrt{2}}$ . Все же с

некоторой натяжкой можно сказать, что произошло преобразование энергии магнитного поля в кинетическую энергию плазмы. Таким образом, уже простейшее решение Соннерупа описывает две наиболее характерные черты процесса пересоединения: резкую перестройку конфигурации магнитного поля и преобразование магнитной энергии в кинетическую.

Однако модель Соннерупа является слишком упрощенной. Основной ее недостаток — это наличие четырех проходящих ударных волн. Действительно, информация в несжимаемой плазме распространяется со скоростью  $v \pm v_a$ . Формально тот же вектор определяет наклон альфвеновского разрыва. Например, в I квадранте (рис. 2.4, а) направление фронта внутреннего разрыва (между областями 2 и 3) задается вектором  $v + v_a$ , а внешнего (между областями 1 и 2) — вектором  $v - v_a$ . Вектор  $v + v_a$  направлен вдоль фронта разрыва от начала координат, а  $v - v_a$  — к началу координат. Следовательно, внутренний разрыв — уходящий, его источник расположен в начале координат, а внешний разрыв — проходящий, его источник находится на бесконечности. Таким образом, решение Соннерупа содержит четыре проходящих разрыва. Как отмечалось по аналогичному поводу в гидродинамике [Ландау, Лифшиц, 1953], пересечение более двух проходящих ударных волн вдоль одной линии является невероятной случайностью. Поэтому маловероятно, чтобы решения Соннерупа имели реальный физический смысл (если, конечно, не предприняты специальные меры по фокусировке проходящих разрывов).

Однако модель пересоединения Соннерупа в некоторых случаях может быть полезна. Многие важные ее черты сохраняются и в рассмотренной ниже модели Петчека. Эта модель проста и в настоящее время исследована полностью [Sonnerup, 1970; Yeh, Dryer, 1973; Cowley, 1974a, b; Yang, Sonnerup, 1976; Mitchell, Kan, 1978; Hameiry, 1979; Semenov, Kubyshkin, 1981]. Практически все наши знания о трехмерном пересоединении основаны на модели Соннерупа. Итак, перечислим свойства пересоединения в модели Соннерупа, которые, как мы полагаем, в той или иной форме сохраняются и в других моделях.

1. Трехмерные решения оказались квазидвухмерными. Любое трехмерное решение получается из двухмерного добавлением компонент  $v$  и  $B$  (вообще говоря, различных в разных секторах), параллельных линии пересоединения. Это дает надежду и в общем случае описать трехмерное пересоединение, решая относительно простые двухмерные задачи.

2. Если положение токового слоя известно и начальное электрическое поле задано по обе стороны токового слоя (имеется в виду трехмерный случай), то положение линии пересоединения определяется однозначно. Для пересоединения необходимо, чтобы линия пересоединения лежала в меньшем угле между проекциями магнитных полей на токовый слой (см. рис. 1.6). Или, иными словами, проекции магнитных полей на линию, ортогональную к линии пересоединения, должны быть антипараллельны.

Если же электрическое поле по одну сторону токового слоя не задано (как при взаимодействии солнечного ветра с магнитосферой), то положение линии пересоединения не определяется геометрией пересоединяющихся полей. Требуется только, чтобы линия пересоединения по-прежнему лежала в меньшем угле.

3. Формально в модели Соннерупа возможно пересоединение не только магнитных силовых линий, но и линий тока течения (в чисто геометрическом смысле) (см. рис. 2.4). Оно получается из магнитного пересоединения формальной заменой:  $\sqrt{4\pi\rho}v \Rightarrow B$ ;  $B \Rightarrow -\sqrt{4\pi\rho}v$ ,  $\epsilon \Rightarrow \epsilon^{-1}$ . Реализуется ли такое решение физически, пока не ясно. Ни одного решения о пересоединении линий тока, содержащего только уходящие ударные волны, до сих пор неизвестно. Если такое решение будет найдено, то оно может иметь применение, например, при описании взаимодействия ММП северного направления с магнитосферой.

4. Модель Соннерупа полезна также для выяснения вопроса об устройстве  $F$ -многообразия. Формулы (2.7) по симметрии можно из I квадранта распространить на всю плоскость. Расширенные таким образом формулы осуществляют отображение физической плоскости на  $F$ -многообразии, которое состоит из двух листов (плоскостей  $(t, \alpha)$ ,



см. рис. 2.4, б). Разрез, вдоль которого склеиваются листы, удобно провести вдоль положительной оси  $t$ . С математической точки зрения отмечавшийся выше факт резкой перестройки конфигурации магнитного поля как раз и проявляется в двулистности (в общем случае многолистности) отображения  $f$  физического пространства на  $F$ -многообразии. Можно сказать, что двулистность отображения  $f$  — это топологическое свойство пересоединения.

5. При малых числах Маха–Альфвена (т.е. при сильном магнитном поле) углы наклона ударных волн к оси  $X$  порядка  $O(\epsilon)$  (см. формулу (2.7)). Следовательно, при  $\epsilon \rightarrow 0$  область, в которой магнитное поле резко меняется и происходит ускорение плазмы, схлопывается: МГД-разрывы сливаются. Такое поведение решения характерно для пограничного слоя, который появляется у дифференциальных уравнений с малым параметром (в нашем случае  $\epsilon$ ) при старшей производной. Как мы увидим ниже, появление пограничного слоя в задачах о пересоединении играет очень существенную роль.

### 2.3. МОДЕЛЬ ПЕРЕСОЕДИНЕНИЯ ПЕТЧЕКА

Главным недостатком модели Соннерупа является наличие в ней приходящих ударных волн. Решение, содержащее только уходящие ударные волны, было получено Г. Петчеком [Petschek, 1964].

Задачу о стационарном пересоединении магнитных силовых линий в модели Петчека можно сформулировать следующим образом. В нулевом по числу Маха–Альфвена  $\epsilon = M_a = v_0/v_a \ll 1$  приближении в верхней полуплоскости заданы однородное магнитное поле  $\mathbf{B} = (1, 0)$  и скорость течения плазмы  $\mathbf{v} = (0, -1)$ . В нижней полуплоскости они меняют знак:  $\mathbf{B} = (-1, 0)$ ,  $\mathbf{v} = (0, 1)$ . При этом на нейтральном слое при  $y = 0$  в нулевом приближении  $\{v_n\} \neq 0$ . Предполагается, что возникает система медленных ударных волн, которая отклоняет течение так, чтобы растекание было возможным (рис. 2.5). Требуется найти положение ударных волн и распределение  $v$ ,  $\mathbf{B}$  и  $P$  в квадрате со стороной 1.

Естественно считать (и это подтверждается), что  $F$ -многообразие данной задачи также состоит из двух листов, как и в модели Соннерупа, с той лишь разницей, что теперь имеются только уходящие (находящиеся в  $F$ -многообразии в правой полуплоскости) ударные волны (рис. 2.5, б).

Из соображений симметрии ясно, что достаточно рассмотреть только I квадрант физического пространства, который отображается на верхнюю полуплоскость  $F$ -многообразия.

Вне пограничного слоя ( $FR$ -области) можно искать решение в виде ряда регулярной теории возмущений:

$$\begin{aligned} r(t, \alpha) &= r^{(0)}(t, \alpha) + \epsilon r^{(1)}(t, \alpha) + \dots, \\ P(t, \alpha) &= P^{(0)}(t, \alpha) + \epsilon P^{(1)}(t, \alpha) + \dots, \end{aligned} \quad (2.8)$$

где при  $y > 0$   $r^{(0)} = (\alpha, -t)$  (см. Прил.),  $P^0 = \text{const}$ , что соответствует однородному магнитному полю вдоль оси  $X$  и однородному течению вдоль оси  $Y$  (см. уравнение (2.6)).

Подставляя уравнения (2.8) в (2.1)–(2.3), получим уравнения первого приближения (уравнения нулевого приближения выполняются тождественно):

$$x_{\alpha\alpha}^{(1)} = P_{\alpha}^{(1)}, \quad -y_{\alpha\alpha}^{(1)} = P_t^{(1)}, \quad y_t^{(1)} = x_{\alpha}^{(1)}, \quad (2.9)$$

откуда для  $y^{(1)}$  следует уравнение Пуассона

$$\Delta y^{(1)} = j^{(1)}(t), \quad (2.10)$$

где  $j^{(1)}(t)$  — первое приближение плотности тока. Функция задается своими значениями на боковой поверхности квадрата, в котором рассматривается задача. Будем предполагать, что сторонние токи на границе отсутствуют ( $j^{(1)} = 0$ ), что соответствует отсут-

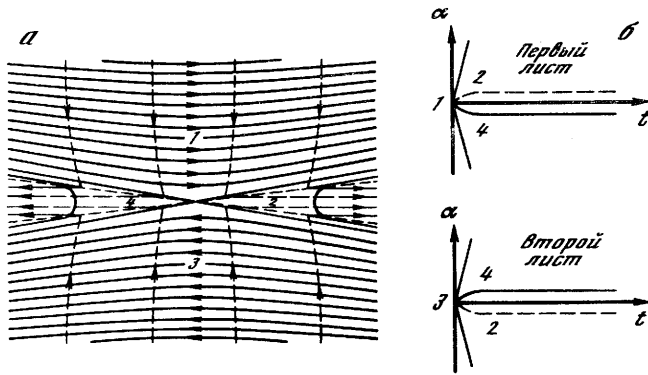


Рис. 2.5. Модель пересоединения Петчека

*a* – физическое пространство; *b* – *F*-многообразие.

Штриховые линии, проходящие через начало координат, – ударные волны, сплошные линии – силовые линии магнитного поля, штриховые линии – линии тока течения

ствию приходящих альфвеновских волн (см. также [Vasyliunas, 1975]). Тогда для  $y^{(1)}$  получается просто уравнение Лапласа

$$\Delta y^{(1)} = 0. \quad (2.11)$$

Полная система уравнений (2.1)–(2.3) при  $\epsilon \neq 0$  – эллипческо-гиперболическая (скорость звука бесконечна, альфвеновская скорость конечна). Укороченная система при  $\epsilon = 0$  (2.9) или (2.10) – эллиптическая (предельный переход соответствует  $v_a \rightarrow \infty$ ). Происходит вырождение МГД-системы уравнений. При этом в нулевом приближении на нейтральном слое  $\{v_n\} \neq 0$ , т.е. нарушается закон сохранения массы. Вследствие этого возникает пограничный слой, который в данном случае представляет собой сектор между медленными ударными волнами, которые отклоняют течение и тем самым “спасают” закон сохранения массы.

Уже в работе Прандтля [Ландау, Лифшиц, 1953] ясно видно, что ключевым вопросом во всякой задаче с пограничным слоем является вид асимптотики в слое. Искать решение в *FR*-области в виде ряда регуляриной теории возмущений нельзя. В *FR*-области  $v$  и  $\mathbf{B}$  резко меняются, и необходимо найти такое растяжение зависимых и независимых переменных, которое бы соответствовало неравномерному переходу. Формальной математической теории для этого нет, в каждом конкретном случае поиск соответствующих переменных в пограничном слое составляет главную трудность.

В данном случае ответ на этот вопрос содержится в анализе решения Соннерупа (2.7), откуда видно, что в *FR*-области решение следует искать в виде

$$\begin{aligned} x(t', \alpha) &= \bar{x}^{(0)}(t', \alpha) + \epsilon \bar{x}^{(1)}(t', \alpha) + \dots, \\ y(t', \alpha) &= \epsilon [\bar{y}^{(0)}(t', \alpha) + \epsilon \bar{y}^{(1)}(t', \alpha) + \dots], \\ P(t', \alpha) &= \bar{P}^{(0)}(t', \alpha) + \epsilon \bar{P}^{(1)}(t', \alpha) + \dots, \end{aligned} \quad (2.12)$$

где чертой отмечены величины в *FR*-области.

Приведем последовательность определения неизвестных:

$$(x^{(0)}; y^{(0)}) \Rightarrow \bar{x}^{(0)} \Rightarrow \bar{y}^{(0)} \Rightarrow y^{(1)} \Rightarrow x^{(1)} \Rightarrow \bar{x}^{(1)} \Rightarrow \bar{y}^{(1)} \Rightarrow \dots \quad (2.13)$$

В соответствии с этой схемой найдем  $\bar{x}^{(0)}$ . В рассматриваемой простейшей задаче  $\bar{x}^{(0)}$  можно искать в виде  $\bar{x}^{(0)} = at'$  с некоторой постоянной  $a$ , которую найдем из соотношения на ударной волне  $\{x\} = 0$  (см. (П. 35)). При  $y > 0$  уравнение ударной волны  $t' = \alpha$  и  $\{x\} = 0$  дает  $x^{(0)} = \alpha = \bar{x}^{(0)} = a\alpha$ , откуда  $a = 1$ . После этого из (2.3) и граничного условия  $v_y(y=0) = \bar{y}'_t(\alpha=0) = 0$  находим  $\bar{y}^{(0)} = \alpha$ . Давление находим из  $\{P\} = 0$ :  $\bar{P}^{(0)} = P^{(0)} = \text{const}$ . Итак,

$$\bar{x}^{(0)} = t', \quad \bar{y}^{(0)} = \alpha, \quad \bar{P}^{(0)} = P^{(0)}. \quad (2.14)$$

Далее из (2.11) нужно найти  $y^{(1)}(t, \alpha)$ . Граничное условие для  $y^{(1)}$  найдем из соотношения на разрыве  $\{y\} = 0$ :

$$y^{(0)}(0, \alpha) + \epsilon [y_t^{(0)}(0, \alpha) \alpha + y^{(1)}(0, \alpha)] = \bar{y}^{(0)}(\alpha, \alpha),$$

откуда

$$y^{(1)}(0, \alpha) = 2|\alpha|. \quad (2.15)$$

Решение уравнения Лапласа (2.11) с граничным условием (2.15) можно получить при помощи интеграла Пуассона:

$$y^{(1)}(t, \alpha) = -\frac{4}{\pi} \left( \alpha \operatorname{arctg} \frac{\alpha}{t} + t \ln \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + t^2}} \right), \quad (2.16)$$

где интеграл Пуассона используется для полуплоскости, но затем учтено  $\alpha \ll 1, t \ll 1$ , так как мы интересуемся процессами пересоединения, которые локализованы в начале координат.

Величины  $x^{(1)}(t, \alpha)$  и  $P^{(1)}(t, \alpha)$  находятся из (2.9) и условия  $x^{(1)}(t, 0) = 0$ :

$$x^{(1)}(t, \alpha) = \frac{4}{\pi} \left( t \operatorname{arctg} \frac{\alpha}{t} - \alpha \ln \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + t^2}} \right), \quad (2.17)$$

$$P^{(1)}(t, \alpha) = -\frac{4}{\pi} \ln \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + t^2}}. \quad (2.18)$$

Следующий шаг (см. (2.13)) – определение  $\bar{x}^{(1)}$  и  $\bar{y}^{(1)}$ . Подставляя (2.12) в (2.1)–(2.3), получим для них уравнения

$$\bar{x}_{t't'}^{(1)} - \bar{x}_{\alpha\alpha}^{(1)} = -\bar{P}_{t'}^{(1)}, \quad (2.19)$$

$$\bar{P}_{\alpha}^{(1)} = 0, \quad (2.20)$$

$$\bar{y}_{\alpha}^{(1)} + \bar{x}_{t'}^{(1)} = 0. \quad (2.21)$$

Из (2.20) следует  $\bar{P}^{(1)} = \bar{P}^{(1)}(t')$  и  $\bar{P}^{(1)}$  можно найти из условия  $\{P\} = 0$ :

$$\bar{P}^{(1)} = \frac{4}{\pi} \ln t', \quad (2.22)$$

Граничное условие для  $\bar{x}^{(1)}(t', \alpha)$  при  $\alpha = 0$  следует из условия  $B_x = 0$  при  $y = 0$ :  $\bar{x}_{\alpha}(t', 0) = 0$ ; при  $\alpha = t'$  (на разрыве) – из условия  $\{x\} = 0$ :  $\bar{x}^{(1)}(\alpha, \alpha) = x^{(1)}(0, \alpha) = \frac{4}{\pi} \alpha \ln \alpha$ . Решая теперь (2.19), получим

$$\bar{x}^{(1)}(t', \alpha) = \frac{4}{\pi} [(t' + \alpha) \ln(t' + \alpha) + (t' - \alpha) \ln(t' - \alpha) - t' \ln 4t']; \quad (2.23)$$

$\bar{y}^{(1)}(t', \alpha)$  находим из (2.21) и условия  $\bar{y}^{(1)}(t', 0) = 0$ :

$$\bar{y}^{(1)}(t', \alpha) = \frac{4}{\pi} [(t' + \alpha) \ln(t' + \alpha) - (t' - \alpha) \ln(t' - \alpha) - \alpha \ln 4t' - \alpha]. \quad (2.24)$$

Формулы (2.14), (2.16)–(2.18), (2.22)–(2.24) полностью описывают решение в нулевом и первом приближениях;  $\mathbf{v}$  и  $\mathbf{B}$  находим по формулам (2.6).

Приведем сводку результатов в координатах  $(x, y)$ , используя тот факт, что в облас-

ти втекания  $\alpha = x$ ,  $t = -y$ , а в  $FR$ -области  $t' = x$ ;  $\alpha = y/\epsilon$  в нулевом приближении.

$$\begin{array}{l} \text{Область втекания} \\ v_x = -\frac{4}{\pi} v_0 \epsilon \operatorname{arctg} \frac{x}{y}, \quad (2.25a) \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{FR-область} \\ v_x = v_a + \frac{4}{\pi} v_0 \left( \ln \frac{x^2 - \bar{y}^2}{4Lx} + 1 \right), \quad (2.26a) \end{array}$$

$$B_x = B_0 - \frac{4\epsilon}{\pi} B_0 \left( \ln \frac{L}{\sqrt{x^2 + y^2}} - 1 \right), \quad (2.25б) \quad B_x = \frac{4\epsilon}{\pi} B_0 \ln \frac{x + \bar{y}}{x - \bar{y}}, \quad (2.26б)$$

$$v_y = -v_0 - \frac{4\epsilon}{\pi} v_0 \left( \ln \frac{L}{\sqrt{x^2 + y^2}} - 1 \right), \quad (2.25в) \quad v_y = -\frac{4}{\pi} v_0 \left( \ln \frac{x + \bar{y}}{x - \bar{y}} + \frac{\bar{y}}{x} \right), \quad (2.26в)$$

$$B_y = \frac{4\epsilon}{\pi} B_0 \operatorname{arctg} \frac{x}{y}, \quad (2.25г) \quad B_y = \epsilon B_0 - \frac{4\epsilon^2}{\pi} \left( \ln \frac{x^2 - \bar{y}^2}{4xL} + 1 \right), \quad (2.26г)$$

$$P = P^{(0)} - \frac{4\epsilon}{\pi} \rho v_0^2 \ln \frac{L}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad (2.25д) \quad P = P^{(0)} - \frac{4\epsilon}{\pi} \rho v_0^2 \ln \frac{L}{x}. \quad (2.26д)$$

Уравнение разрыва

$$y = \epsilon |x|. \quad (2.27)$$

Формулы приведены для верхней полуплоскости и правой  $FR$ -области;  $v_0 = cE_0/B_0$ ;  $\epsilon = v_0/v_a$  — число Маха—Альфвена;  $L$  — характерный размер задачи;  $\bar{y} = y/\epsilon$ .

Конфигурация магнитных силовых линий и течения приведена на рис. 2.5, а. Видно, что, как и в модели Соннераупа, по сравнению с начальным (нулевым) приближением (см. рис. 2.1) произошла перестройка структуры магнитного поля. Из формулы (2.26а) следует, что в  $FR$ -области плазмы ускорилась на ударных волнах до альфвеновской скорости, а магнитное поле здесь стало слабым. Это значит (теперь уже без всяких оговорок), что произошло преобразование магнитной энергии в кинетическую.

Впервые задачу в такой постановке решил Г. Петчек [Petschek, 1964], который нашел нулевое и первое приближения в области втекания и нулевое в  $FR$ -области. Затем результаты Петчека были несколько усилены [Vasyliunas, 1975]. Первое приближение в  $FR$ -области было получено авторами работы [Soward, Priest, 1977], которые использовали другую технику, основанную на обобщении идеи об автомодельности решения [Yeh, Axford, 1970]. Постановка задачи у них несколько отличается от приведенной выше: число Маха—Альфвена не было постоянным, оно слабо (логарифмически) менялось с расстоянием. Тем не менее со сделанными оговорками результаты совпадают.

В настоящее время удалось исследовать и более содержательные варианты пересоединения. Соответствующие результаты мы приведем качественно.

При учете сжимаемости [Soward, Priest, 1982; Semenov et al., 1983 а] в симметричном случае, когда параметры плазмы одинаковы по разные стороны токового слоя, качественно картина остается такой же. В области втекания плотность плазмы с точностью до членов второго порядка малости не меняется, с той же степенью точности магнитное поле оказывается бестоковым. Ускорение плазмы и изменение ее плотности происходят на медленных ударных волнах  $S^-$ . В нулевом приближении в  $FR$ -области скорость плазмы равна альфвеновской, а давление  $p$  и плотность  $\rho$  возрастают:

$$\rho = \rho_0 \gamma(\beta + 1) / [\gamma(\beta + 1) - 1], \quad p = B_0^2 / 8\pi + p_0, \quad (2.28)$$

где  $\gamma$  — показатель адиабаты;  $\beta = 8\pi p_0 / B_0^2$ . Плотность возрастает незначительно (примерно в 2 раза), тогда как давление в плазме с низким  $\beta \ll 1$  возрастает до магнитного давления в области втекания. Это значит, что в плазме низкого давления, кроме ускорения, происходит еще сильный нагрев плазмы. Случай несжимаемой плазмы получается из случая для сжимаемой плазмы предельным переходом  $\beta \rightarrow \infty$ .

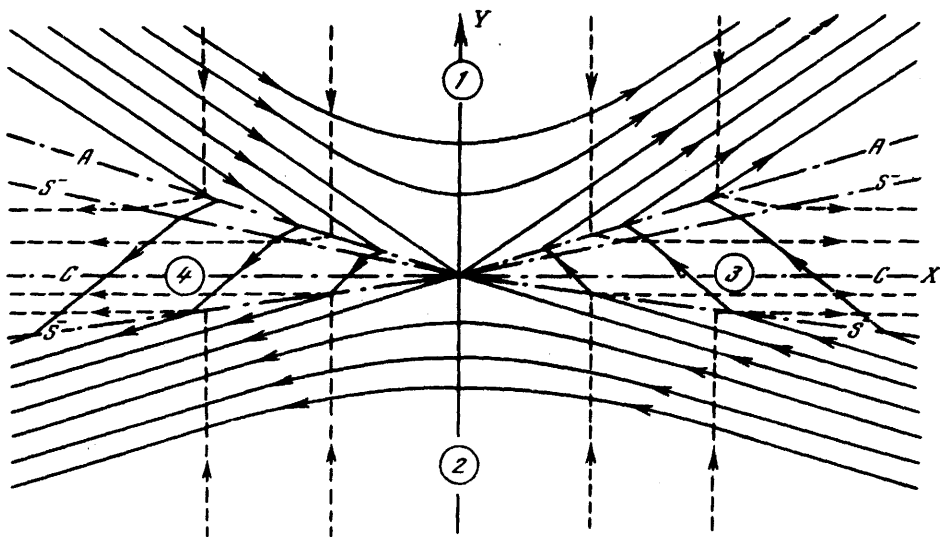


Рис. 2.6. Схема течения и магнитного поля в несимметричном случае для варианта  $AS^-CS^-$   
 $A$  – альфвеновский разрыв;  $S^-$  – медленная ударная волна;  $C$  – контактный разрыв

В несимметричном случае, когда параметры плазмы по разные стороны токового слоя неодинаковы, строение  $FR$ -области сильно усложняется [Levy et al., 1964; Yang, Sonnerup, 1977; Semenov et al., 1983b; Soward, 1982]. Как показывает теория [Электродинамика плазмы, 1975], в общем случае последовательность МГД-разрывов и волн разрежения при распаде произвольного разрыва дается схемой  $S^+(R^+)AS^-(R^-)C(T) \times \times S^-(R^-)AS^+(R^+)$ . Это значит, что на месте произвольного разрыва остается контактный ( $C$ ) или тангенциальный ( $T$ ) разрыв, затем в обе стороны от него распространяются медленные ударные волны ( $S^-$ ) или медленные волны разрежения ( $R^-$ ), затем следуют альфвеновские разрывы ( $A$ ) и наконец движутся быстрые ударные волны ( $S^+$ ) или быстрые волны разрежения ( $R^+$ ). В зависимости от конкретной ситуации некоторые из волн могут отсутствовать.

Как уже указывалось в разд. 2.1, при взаимодействии токовых систем  $I_0$  и  $I_1$  образуется произвольный разрыв, который распадается. Ясно, что тангенциального разрыва на месте произвольного разрыва быть не может, так как при наличии пересоединения должна быть нормальная к разрыву компонента магнитного поля. Кроме того, в стационарном случае быстрые ударные волны и быстрые волны разрежения уходят на бесконечность, поэтому общая схема распада в данном случае упрощается:  $AS^-(R^-)CS^-(R^-)A$ . Конкретный вид распада находится из соответствующих расчетов. В двухмерном случае [Semenov, et al., 1983b] в зависимости от соотношения параметров возможны следующие четыре варианта:  $AS^-CS^-$ ,  $AR^-CS^-$ ,  $S^-CS^-A$  и  $S^-CR^-A$ . На рис. 2.6 показана схема течения и магнитного поля в варианте  $AS^-CS^-$ . Для каждого конкретного значения параметров, совместимого с уравнением баланса давлений, существует только один вариант, что демонстрирует рис. 2.7. Плоскость пространства параметров ( $\mu = B_2/B_1 = v_1/v_2$ ,  $\nu = \rho_2/\rho_1$ , индексы 1, 2 относятся к полуплоскостям над и под токовым слоем соответственно) разбивается на четыре области, в каждой из которых существует только одно решение. На границах областей одна из волн вырождается. На каждой границе есть точка, в которой вырождаются две волны.

Типичные решения  $AS^-CS^-$  и  $AR^-CS^-$  показаны на рис. 2.8.

Так как альфвеновский разрыв стоит первым, скорость достигает значения  $2v_a$  сразу за ним. Далее в варианте  $AR^-CS^-$  плазма ускоряется еще больше в волне разрежения, а в варианте  $AS^-CS^-$  несколько уменьшается после первой медленной ударной

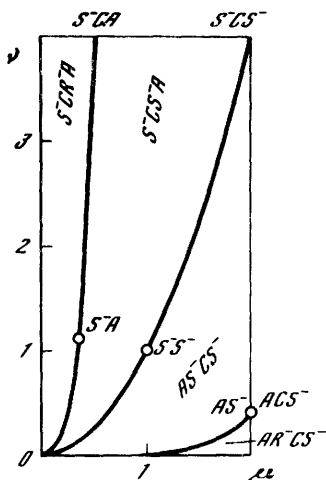
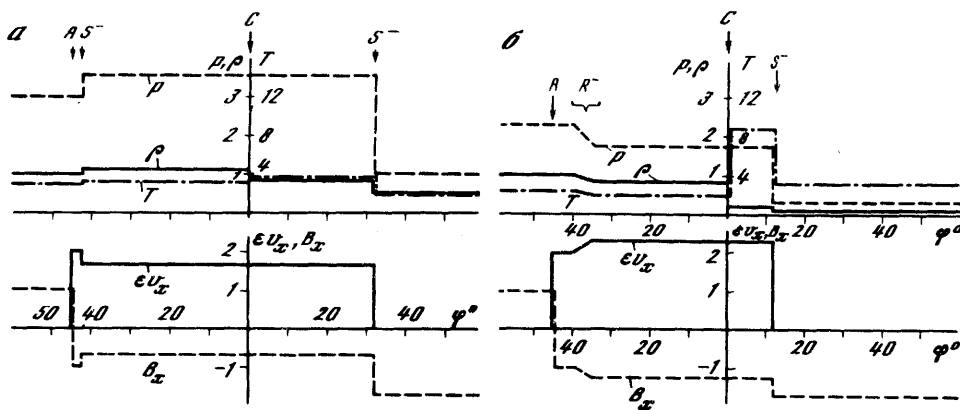


Рис. 2.7. Области существования различных решений задачи пересоединения в пространстве параметров  $\nu, \mu$

Рис. 2.8. Типичные решения  $AS^+CS^-$  (а) и  $AR^-CS^-$  (б)

Показаны изменения давления  $p$ , плотности  $\rho$ , температуры  $T$ , а также  $X$ -компонент скорости  $v_x$  и магнитного поля  $B_x$ ;  $\varphi$  — полярный угол во вращающемся пространстве ( $t/\epsilon, \alpha$ ), связанный с полярным углом в физическом пространстве ( $x, y/\epsilon$ ) монотонно возрастающей зависимостью, которую приближенно можно считать линейной.

а:  $\beta_1 = 3, \beta_2 = 1, \mu = \sqrt{3}, \nu = 0,5$ ; б:  $\beta_1 = 2,3, \beta_2 = 0,3, \mu = \sqrt{3}, \nu = 0,1$



волны. Таким образом, ускорение плазмы в несимметричном случае более эффективно, чем в симметричном, причем тем больше, чем больше асимметрия. В варианте  $AS^+CS^-$  скорость лежит в пределах  $v_a \leq v \leq 2v_a$ , а в варианте  $AR^-CS^-$  —  $2v_a \leq v \leq (2\sqrt{\beta_1} + 2)v_a$ . Таким образом, ускорение плазмы до  $v_a$  в симметричном случае Петчека — минимальное из возможных.

Можно сказать, что решение  $AS^+CS^-$  описывает слабо несимметричный случай, а  $AR^-CS^-$  — сильно несимметричный.

В работе [Soward, 1982] рассмотрен простейший трехмерный случай. Параметры плазмы и интенсивности магнитных полей по разные стороны токового слоя задавались одинаковыми, но пересоединяющиеся магнитные поля не были антипараллельными, изучалось пересоединение в скрещенных магнитных полях. Оказалось, что такой вид пересоединения описывается вариантом  $AS^+S^+A$ . Вектор магнитного поля поворачивается на альфвеновских разрывах, причем этот поворот всегда меньше  $90^\circ$ . В  $FR$ -области плазма ускоряется до альфвеновской скорости в направлении, ортогональном линии пересоединения (как и в двухмерном симметричном случае), но еще имеется поток ускоренной плазмы вдоль линии пересоединения в секторе между альфвеновским разрывом и медленной ударной волной.

Хотя полностью трехмерный несимметричный случай еще не исследован, можно, по-видимому, сказать, что в задачах пересоединения могут встретиться почти все возможные варианты распада произвольного разрыва.

#### 2.4. СПОНТАННОЕ ПЕРЕСОЕДИНЕНИЕ МАГНИТНЫХ СИЛОВЫХ ЛИНИЙ

В разд. 2.1 было указано, что строить модель пересоединения, изучая взаимное влияние токовых систем  $I_0$  и  $I_1$  друг на друга, чрезвычайно трудно, поскольку очень быстро образуется единая токовая система. Поэтому мы будем решать задачу следующим образом. Предположим, что ударные волны, ограничивающие  $FR$ -область, уже образовались. Тогда решение задачи сводится к нахождению асимптотики отдельно в области втекания и в  $FR$ -области и к сшиванию их на ударных волнах. При этом удастся перенести технику предыдущего раздела на нестационарный случай без принципиальных изменений.

Здесь следует сделать одно замечание. В разд. 2.1 было показано, что спонтанное пересоединение целиком определяется диффузионными эффектами, а при построении модели пересоединения мы по-прежнему будем сначала пользоваться моделью идеально проводящей плазмы. В решении игнорирование роли диссипации проявится в наличии произвольной функции, т.е. в неединственности решения, а также в наличии логарифмических сингулярностей. В дальнейшем (разд. 2.5) мы покажем, как диссипативные эффекты определяют эту произвольную функцию; сингулярности в конечно проводящей плазме, разумеется, исчезают.

Перейдем теперь к изложению формального решения [Семенов и др., 1983]. Для простоты ограничимся случаем несжимаемой плазмы, для которой МГД-система уравнений (П.27) – (П.31) (см. Прил.) во вмороженных координатах примет вид

$$\epsilon^2 x_{\tau\tau} - x_{\alpha\alpha} = -P_{\xi} y_{\alpha} + P_{\alpha} y_{\xi}, \quad (2.29)$$

$$\epsilon^2 y_{\tau\tau} - y_{\alpha\alpha} = -P_{\alpha} x_{\xi} + P_{\xi} x_{\alpha}, \quad (2.30)$$

$$x_{\xi} y_{\alpha} - x_{\alpha} y_{\xi} = 1. \quad (2.31)$$

МГД-система уравнений приведена к безразмерному виду по характерному значению магнитного поля  $B_0$ , скорости  $v_0 = \sqrt{4\pi\rho_0} b_0$ , (где  $b_0$  – интенсивность пересоединившегося магнитного поля), времени  $T$  изменения электрического поля в диффузионной области, размеру  $v_0 T$ ;  $\epsilon = v_0/v_a$  – число Маха–Альфвена. Будем по-прежнему предполагать  $\epsilon \ll 1$ , что означает просто  $b_0/B_0 \ll 1$ , т.е. рассматривается случай слабого пересоединения, когда пересоединившееся магнитное поле много меньше исходного.

МГД-система уравнений (2.29)–(2.31) очень похожа на (2.1)–(2.3). Все отличие состоит в том, что в стационарном случае  $\partial/\partial\tau = \partial/\partial\xi = \partial/\partial t$ . Это обстоятельство позволяет перенести стационарную технику предыдущего раздела на нестационарный случай без принципиальных изменений.

Конфигурация магнитных силовых линий и структура МГД-разрывов показаны на рис. 2.9. Он соответствует случаю сжимаемой плазмы. В рассматриваемом случае несжимаемой плазмы скорость звука бесконечна и быстрая ударная волна уходит на бесконечность.  $F$ -многообразии задачи, соответствующее этому последнему случаю несжимаемой плазмы (не содержащее быстрой ударной волны), показано на рис. 2.10. Как и в стационарном случае,  $F$ -многообразие двулистно. Цифрами указано соответствие областей, буквами – соответствие точек. Заметим, что целый отрезок  $CC'$   $F$ -многообразия соответствует одной точке  $C$  (переднему краю  $FR$ -области) физического пространства. Криволинейный заштрихованный треугольник, лежащий в плоскости  $\tau = \tau_0$ , отображается на правую верхнюю половину  $FR$ -области. Площадь этого треугольника равна массе плазмы в правой верхней половине  $FR$ -области (см. Прил., (П.18)). Площадь криволинейного треугольника, лежащего в плоскости  $\alpha = 0$ , равна проинтегрированному по времени пересоединившемуся магнитному потоку (П.17). Магнитные силовые линии отображаются в  $\alpha$ -линии  $F$ -многообразия, а траектории жидких частиц – в  $\tau$ -линии.

В области втекания будем искать асимптотику в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(\tau', \alpha, \xi) &= \mathbf{r}^{(0)}(\tau', \alpha, \xi) + \epsilon \mathbf{r}^{(1)}(\tau', \alpha, \xi) + \dots, \\ P(\tau', \alpha, \xi) &= P^{(0)}(\tau', \alpha, \xi) + \epsilon P^{(1)}(\tau', \alpha, \xi) + \dots, \end{aligned} \quad (2.32)$$

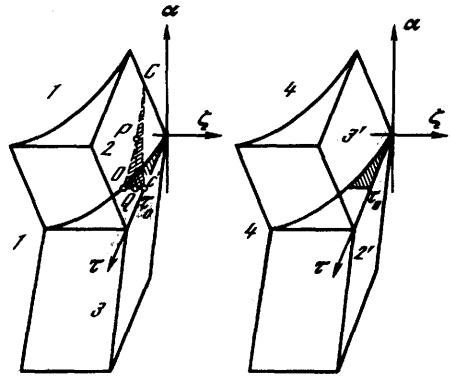
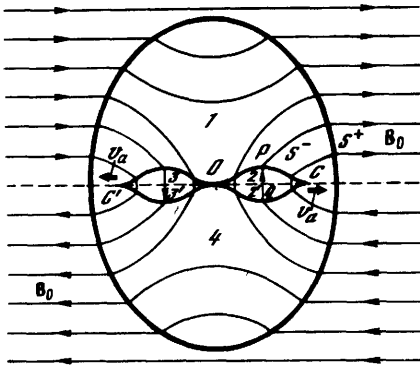


Рис. 2.9. Нестационарное пересоединение магнитных силовых линий

Буквами и цифрами показано соответствие с  $F$ -многообразием (см. рис. 2.10)

Рис. 2.10.  $\{F$ -многообразии задачи о нестационарном пересоединении магнитных силовых линий

$P^{(0)} = \text{const}$ ,  $\tau' = \tau/\epsilon$ . В верхней полуплоскости  $r^{(0)} = (\alpha, -\zeta)$ . По сравнению с (2.8) введено растянутое время  $\tau' = \tau/\epsilon$  для того, чтобы учесть быстрое движение  $FR$ -областей.

В  $FR$ -области решение ищем, как и раньше, в виде

$$x = \bar{x}(\tau', \alpha, \zeta') = \bar{x}^{(0)}(\tau', \alpha, \zeta') + \epsilon \bar{x}^{(1)}(\tau', \alpha, \zeta') + \dots,$$

$$y = \epsilon \bar{y}(\tau', \alpha, \zeta') = \epsilon [\bar{y}^{(0)}(\tau', \alpha, \zeta') + \epsilon \bar{y}^{(1)}(\tau', \alpha, \zeta') + \dots], \quad (2.33)$$

$$P = \bar{P}(\tau', \alpha, \zeta') = \bar{P}^{(0)}(\tau', \alpha, \zeta') + \epsilon \bar{P}^{(1)}(\tau', \alpha, \zeta') + \dots,$$

где  $\tau' = \tau/\epsilon$ ,  $\zeta' = \zeta/\epsilon$ . Последовательность определения неизвестных задается той же схемой (2.13). Уравнение образа ударной волны, лежащей в I квадранте физического пространства, есть (П.34)

$$\alpha = \tau' - q(\zeta'), \quad (2.34)$$

где  $q(\zeta')$  — произвольная функция. В данной простейшей задаче достаточно искать  $\bar{x}^{(0)}$  в виде  $\bar{x}^{(0)} = \tau' - \tilde{q}(\zeta')$ . Из условия на ударной волне  $\{x\} = 0$  получим  $\tilde{q} = \tilde{q}; \bar{y}^{(0)}$  найдем из (2.31):

$$\bar{x}^{(0)} = \tau' - q(\zeta'), \quad \bar{y}^{(0)} = -[\alpha - f(\tau', \zeta')]/q_{\zeta'}. \quad (2.35)$$

Так как  $v_y(y=0) = \bar{y}'_r(\alpha=0)$ , то  $f \equiv 0$ .

Теперь из соотношения  $\{y\} = 0$  получим граничное условие для  $y^{(1)}(\tau', \alpha, 0)$ :

$$\begin{aligned} y(\tau', \alpha, \zeta) &= y(\tau', \alpha, \epsilon \zeta') = y^{(0)}(\tau', \alpha, 0) + \epsilon [y_{\zeta'}^{(0)} \zeta' + y^{(1)}(\tau', \alpha, 0)] = \\ &= \epsilon \bar{y}^{(0)}(\tau', \alpha, \zeta'). \end{aligned}$$

На ударной волне  $\zeta'$  можно найти из (2.34):  $\zeta' = h(\tau' - \alpha)$ , где  $h$  — обратная к  $q$  функция. Учитывая это, получим

$$\begin{aligned} y^{(1)}(\tau', \alpha, 0) &= -|\alpha| h'(\tau' - |\alpha|) + h(\tau' - |\alpha|), \quad \alpha \in S^-, \\ y^{(1)}(\tau', \alpha, 0) &= 0, \quad \alpha \in S^+. \end{aligned} \quad (2.36)$$

Штрих в (2.36) означает дифференцирование  $h$  по полному аргументу.



Уравнение для  $y^{(1)}$  получается, если (2.32) подставить в (2.29)–(2.31):

$$x_{\tau\tau}^{(1)} - x_{\alpha\alpha}^{(1)} = -P_{\alpha}^{(1)}, \quad (2.37)$$

$$y_{\tau\tau}^{(1)} - y_{\alpha\alpha}^{(1)} = P_{\xi}^{(1)}, \quad (2.38)$$

$$x_{\alpha}^{(1)} = y_{\xi}^{(1)}, \quad (2.39)$$

откуда получим

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial \tau'^2} - \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} \right) \left( \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \right) y^{(1)}(\tau', \alpha, \xi) = 0. \quad (2.40)$$

Если потребовать, чтобы решение убывало на бесконечности и не содержало приходящих волн, то в (2.40) следует оставить только оператор Лапласа:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \right) y^{(1)}(\tau', \alpha, \xi) = 0. \quad (2.41)$$

Решение (2.41) с граничным условием (2.36) дается интегралом Пуассона:

$$y^{(1)}(\tau', \alpha, \xi) = -\frac{\xi}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{y^{(1)}(\tau', \eta, 0) d\eta}{(\alpha - \eta)^2 + \xi^2}, \quad (2.42)$$

$$x^{(1)}(\tau', \alpha, \xi) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(\alpha - \eta) y^{(1)}(\tau', \eta, 0) d\eta}{(\alpha - \eta)^2 + \xi^2}, \quad (2.43)$$

где  $x^{(1)}$  найдено из (2.39). Функция  $y^{(1)}(\tau', \eta, 0)$  — финитная, поэтому интегрирование в (2.42), (2.43) проводится по конечному промежутку. Давление  $P^{(1)}$  можно найти из (2.37) или (2.38).

Найдем теперь первое приближение в  $FR$ -области. Подставим (2.33) в (2.29)–(2.31) и получим уравнения первого приближения в  $FR$ -области:

$$\bar{x}_{\tau\tau}^{(1)} - \bar{x}_{\alpha\alpha}^{(1)} = -\bar{P}_{\xi'}^{(1)} \bar{y}_{\alpha}^{(0)}, \quad (2.44)$$

$$\bar{P}_{\alpha}^{(1)} = 0, \quad (2.45)$$

$$\bar{x}_{\xi'}^{(0)} \bar{y}_{\alpha}^{(1)} + \bar{x}_{\xi'}^{(1)} \bar{y}_{\alpha}^{(0)} - \bar{x}_{\alpha}^{(1)} \bar{y}_{\xi'}^{(0)} = 0. \quad (2.46)$$

Из (2.45) следует, что  $\bar{P}^{(1)} = \bar{P}^{(1)}(\tau', \xi')$ , его можно найти из соотношения на разрыве  $\{P\} = 0$ :

$$\bar{P}^{(1)}(\tau', \xi') = P^{(1)}(\tau', \tau' - q, 0); \quad (2.47)$$

$P^{(1)}(\tau', \alpha, \xi)$  находится из (2.37), поэтому для  $\bar{x}^{(1)}(\tau', \alpha, \xi')$  получим уравнение

$$\bar{x}_{\tau\tau}^{(1)} - \bar{x}_{\alpha\alpha}^{(1)} = x_{\tau\tau}^{(1)}(\tau', \tau' - q, 0) - x_{\alpha\alpha}^{(1)}(\tau', \tau' - q, 0). \quad (2.48)$$

Граничные условия для (2.48) следуют из  $\{x\} = 0$  на разрыве и из  $B_x(y=0) = 0$ :

$$\begin{aligned} \bar{x}^{(1)}(\tau', \tau' - q, \xi') &= x^{(1)}(\tau', \tau' - q, 0), \\ \bar{x}_{\alpha}^{(1)}(\tau', 0, \xi') &= 0. \end{aligned} \quad (2.49)$$

Решение (2.48) с граничными условиями (2.49) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \bar{x}^{(1)}(\tau', \alpha, \xi') &= x^{(1)}\left(\frac{\tau' + \alpha + q}{2}, \frac{\tau' + \alpha - q}{2}, 0\right) + x^{(1)}\left(\frac{\tau' - \alpha + q}{2}, \frac{\tau' - \alpha - q}{2}, 0\right) - \\ &- \Phi\left(\frac{\tau' + \alpha + q}{2}, \xi'\right) - \Phi\left(\frac{\tau' - \alpha + q}{2}, \xi'\right) + \Phi(\tau', \xi') + \Phi(q, \xi'), \end{aligned} \quad (2.50)$$

где  $x^{(1)}(\tau', \alpha, 0)$  находится из (2.43), а

$$\Phi(\tau', \zeta') = \int_0^{\tau'} [x_{\tau'}^{(1)}(\mu, \mu - q(\zeta'), 0) - x_{\alpha}^{(1)}(\mu, \mu - q(\zeta'), 0)] d\mu. \quad (2.51)$$

Зная  $\bar{x}^{(1)}(\tau', \alpha, \zeta')$ , из (2.46) можно найти  $\bar{y}^{(1)}(\tau', \alpha, \zeta')$ :

$$\bar{y}^{(1)} = \int_0^{\alpha} \frac{1}{x_{\zeta'}^{(0)}} (\bar{x}_{\alpha}^{(1)} \bar{y}_{\zeta'}^{(0)} - \bar{x}_{\zeta'}^{(1)} \bar{y}_{\alpha}^{(0)}) d\alpha. \quad (2.52)$$

Формулы (2.34), (2.35), (2.42), (2.43), (2.50), (2.51) описывают нулевое и первое приближения во всем пространстве. Тем самым построение формального решения закончено. Это решение зависит от произвольной функции  $q(\zeta')$  или от обратной к ней функции  $h(\tau' - |\alpha|)$ .

Функция  $h < 0$ , так как по определению  $\zeta' = h(\tau' - |\alpha|)$ , а  $\zeta < 0$  на обоих листах  $F$ -многообразия. Действительно, в верхней полуплоскости физического пространства (первый лист  $F$ -многообразия)  $y = -\zeta$ ,  $y > 0$ , следовательно,  $\zeta < 0$ . В нижней полуплоскости  $y = \zeta$ ,  $y < 0$ , поэтому опять  $\zeta < 0$ . Будем предполагать, что функция  $h$  монотонная:  $h'(\xi) < 0$ . Это предположение будет гарантировать, что в процессе пересоединения магнитная энергия преобразуется в кинетическую и тепловую, а не наоборот. При учете сжимаемости плазмы это предположение можно доказать строго.

Перейдем к исследованию решения. Оно получено элементарными средствами, однако записанное во вмерозженных координатах не наглядно: пока не видно ни процесса ускорения, ни бегущих ударных волн. Для работы с вмерозженными координатами требуется некоторый навык, именно поэтому мы предпоставили формальному решению физическое описание процесса (см. разд. 2.1).

Запишем прежде всего уравнение ударной волны, заданное формулами (2.34), (2.35) параметрически, в декартовых координатах (правая верхняя половина  $FR$ -области):

$$y = -\epsilon x h'(t/\epsilon - x). \quad (2.53)$$

Передний край  $FR$ -области выделяется условием  $x_{\tau} = t/\epsilon$ . Так как произвольный разрыв распадается с конечной скоростью, то на переднем крае должно быть  $y = 0$ , откуда  $h'(0) = 0$ . Из (2.53) видно, что передний фронт бежит вдоль токового слоя со скоростью  $x/t = 1/\epsilon$ , т.е. с альфвеновской скоростью. Задний край  $x = 0$  неподвижен. Форма медленной ударной волны определяется функцией  $h(\xi)$ .

Найдем теперь скорость и магнитное поле в  $FR$ -области. Скорость вычисляется по формуле  $v_x = x_{\tau} = 1/\epsilon$ , т.е. равна альфвеновской скорости, рассчитанной по невозмущенному магнитному полю над  $FR$ -областью. Ускорение плазмы, как уже говорилось, осуществляется силой Ампера на фронте медленной ударной волны;  $y$ -компонента скорости равна нулю в нулевом приближении, так же как и  $x$ -компонента магнитного поля.  $y$ -Компонента магнитного поля, т.е. пересоединившееся магнитное поле,

$$b(x, t) = -\epsilon h'(t/\epsilon - x). \quad (2.54)$$

Оно распределено неоднородно в  $FR$ -области: на переднем крае  $x = t/\epsilon$   $b(t/\epsilon; t) = 0$ , а в диффузионной области (в точке 0) не равно нулю:  $b(0, t) = -\epsilon h'(t/\epsilon)$  и может даже достигать максимума. Отсюда следует, что функция  $-\epsilon h'(t/\epsilon)$  — это не что иное, как значение пересоединившегося магнитного поля на границе диффузионной области. От того, сколько магнитных силовых линий пересоединяется в единицу времени в диффузионной области, зависит все решение целиком.

Стационарный случай Петчека получается, когда передний край  $FR$ -области уходит на бесконечность, а в диффузионной области скорость пересоединения с некоторого момента времени становится постоянной:  $h'(t/\epsilon) = \text{const}$ . В этом случае решение задачи о нестационарном пересоединении переходит в решение Петчека (2.25), (2.26).

Пересоединившийся магнитный поток

$$F_b = \int_0^{t/\epsilon} b(x, t) dx = -\epsilon h(t/\epsilon). \quad (2.55)$$

Так как функция  $h$  монотонна, пересоединившийся магнитный поток нарастает со временем. Если считать, что пересоединение началось в момент времени  $t = 0$ , то необходимо потребовать  $h(0) = 0$ .

Соберем вместе все ограничения, которые накладываются на функцию  $h$ :

$$h(\xi) \leq 0, \quad h'(\xi) \leq 0, \quad h(0) = h'(0) = 0. \quad (2.56)$$

Электрическое поле в  $FR$ -области в нулевом приближении

$$E = h'(t/\epsilon - x). \quad (2.57)$$

Как и пересоединившееся магнитное поле, электрическое поле неоднородно в  $FR$ -области: оно равно нулю на переднем крае, а вблизи диффузионной области  $E = h'(t/\epsilon)$ .

Приведем ту же формулу для электрического поля в размерном виде:

$$E = (1/c) B_0 b(v_a t - x) / \sqrt{4\pi\rho}. \quad (2.58)$$

В области втекания в процессе пересоединения появляется вихревое электрическое поле, конвекция плазмы и возмущение магнитного поля. Для их нахождения приходится вычислять интегралы (2.40), (2.43), которые берутся лишь для самых простых случаев, причем формулы получаются очень громоздкими. Поэтому мы ограничимся оценками порядка величин: возмущение магнитного поля  $\sim \epsilon$ , скорость и электрическое поле  $\sim 1$ .

В  $FR$ -области плазма ускоряется до альфвеновской скорости ( $1/\epsilon$ ), а интенсивность магнитного поля сильно убывает ( $\sim \epsilon$ ). Это и значит, что произошло преобразование энергии магнитного поля в кинетическую энергию, которую можно оценить:

$$W = \frac{\rho v_a^2}{2} (v_a t)(\epsilon v_a t) l = \frac{B_0^2 b t_0^2 l}{32\pi^2 \rho}, \quad (2.59)$$

где  $v_a t$ ,  $\epsilon v_a t$ ,  $l$  — размеры  $FR$ -области вдоль  $x$ ,  $y$  и  $z$  соответственно;  $t_0$  — характерное время процесса. Особенно интересно, что  $W$  обратно пропорционально плотности, значение которой следует брать вблизи (но не внутри) токового слоя. Как будет показано в следующем разделе, на фазе развития токового слоя около него интенсивность магнитного поля возрастает, а плотность плазмы убывает. Оба эти эффекта приводят к особенно сильному энерговыделению при спонтанном пересоединении.

При учете сжимаемости среды основные свойства процесса пересоединения сохраняются. Появляются быстрые ударные волны, перед которыми среда остается невозмущенной. Внутри  $FR$ -области плазма сжимается и нагревается, причем формулы для плотности и давления те же, что и в стационарном случае (2.28). Поэтому в плазме низкого давления ( $\beta < 1$ ) происходит сильный нагрев среды на фронтах медленных ударных волн и в тепло переходит примерно столько же энергии, сколько и в кинетическую энергию.

## 2.5. РОЛЬ ДИССИПАТИВНЫХ ЭФФЕКТОВ В ПРОЦЕССЕ ПЕРЕСОЕДИНЕНИЯ МАГНИТНЫХ СИЛОВЫХ ЛИНИЙ

В разд. 2.1 мы уже видели, что для пересоединения необходимо тем или иным способом возбудить токовую систему  $I_1$ . В отсутствие внешних воздействий (например, приходящих альфвеновских волн) эта токовая система инициируется ростом диссипации локально в диффузионной области. Если нет ни внешних воздействий, ни диссипации, то токовая система  $I_1$  не возникает и пересоединение невозможно. Вместе с тем рассмотренные в разд. 2.3 и 2.4 решения получены в рамках модели идеально проводящей

плазмы. Противоречие разрешается тем, что во всех без исключения обобщениях решения Петчека (с учетом сжимаемости, несимметричности, трехмерности, нестационарности и т.д.) имеются логарифмические сингулярности у функций высших приближений (начиная с первого) в тех местах, где важен учет диссипативных эффектов.

Ясно, что особенность должна появиться в начале координат (диффузионной области) – в месте, где генерируется токовая система  $I_1$ . Но это еще не все особенности. В плазме в магнитном поле информация передается посредством магнитозвуковых и альфвеновских волн и конвекцией. Направления, вдоль которых передается информация, определяются характеристиками МГД-системы уравнений. Таких характеристик семь (по числу волн) [Электродинамика плазмы, 1975]: приходящие и уходящие быстрые и медленные магнитозвуковые, альфвеновские и энтропийная, совпадающая с линией тока. Особенность из начала координат переносится вдоль характеристик на всю  $FR$ -область. Соответствующий расчет показывает, что через начало координат в задачах пересоединения может проходить только альфвеновская характеристика (совпадающая с альфвеновским разрывом) и линия тока (энтропийная характеристика) [Semenov et al., 1982a,b; Soward, Priest, 1982]. Поэтому логарифмические особенности сосредоточены на альфвеновских разрывах (если они есть) и на линии тока, проходящей через начало координат (в случае сжимаемой плазмы). На медленных ударных волнах особенностей нет. Еще раз подчеркнем, что все логарифмические сингулярности инициируются в диффузионной области и их наличие связано с неучетом диссипативных эффектов в модели идеально проводящей плазмы.

Например, в стационарном случае несжимаемой плазмы (разд. 2.2) в начале координат имеют особенности следующие функции первого приближения: в области втекания  $x$ -компонента магнитного поля (2.25б),  $y$ -компонента скорости (2.25в) и давление (2.25д); в  $FR$ -области  $x$ -компонента скорости (2.26а),  $y$ -компонента магнитного поля (2.26г) и давление (2.26д). Кроме того, в  $FR$ -области на альфвеновском разрыве расходятся все компоненты скорости и магнитного поля (2.26а) – (2.26г).

Наличие сингулярностей является верным признаком того, что при бесконечной проводимости пересоединение невозможно. Уже только факт наличия логарифмических сингулярностей как признака диссипации может оказаться полезным. Математически логарифмические сингулярности связаны со скачками функции  $y_\alpha^{(1)}(\tau', \eta, 0)$ . Ее можно найти из (2.36):

$$y_\alpha^{(1)}(\tau', \eta, 0) = \text{sign } \eta [-2h' + |\eta|h''], \eta \in S^-; \quad (2.60)$$

$$y_\alpha^{(1)}(\tau', \eta, 0) = 0, \quad \eta \in \bar{S}^-;$$

где  $h = h(\tau' - |\eta|)$ . Поле  $B_x$  можно также найти из интеграла Пуассона:

$$B_x^{(1)} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(\alpha - \eta) y_\alpha^{(1)}(\tau', \eta, 0) d\eta}{(\alpha - \eta)^2 + \zeta^2}. \quad (2.61)$$

Если функция  $y_\alpha^{(1)}(\tau', \eta, 0)$  непрерывна по  $\eta$  и финитна, то  $B_x$  (и все другие функции первого приближения) не имеет сингулярностей и исчезает на бесконечности. Итак, скачки функции  $y_\alpha^{(1)}(\tau', \eta, 0)$  определяют места, в которых важны диссипативные эффекты.

В стационарном случае  $y_\alpha^{(1)}(0, \eta) = 2 \text{sign } \eta$ , скачок  $\Delta y_\alpha^{(1)} = 4$ , и в решении (2.25в) появилась сингулярность:

$$B_x^{(1)} \sim \frac{4\epsilon}{\pi} \ln \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + t^2}}.$$

В случае спонтанного пересоединения в точке 0  $\Delta y_\alpha^{(1)} = -4h'(\tau')$  и поле  $B_x$  имеет в нуле особенность

$$B_x^{(1)} \sim \frac{2\epsilon}{\pi} h'(\tau') \ln \frac{\tau'^2}{\alpha^2 + \zeta^2}. \quad (2.62)$$

На переднем крае  $FR$ -области в точке  $C$  (см. рис. 2.2)  $\Delta y_{\alpha}^{(1)} = \tau' h''(0)$ . Если пересоединение начинается плавно ( $h''(0) = 0$ ), то  $FR$ -область может распространяться без диссипации. При этом (см. (2.53))  $FR$ -область имеет в точке  $C$  характерный "носик". Если же пересоединение начинается резко ( $h''(0) \neq 0$ ), то  $B_x$  имеет сингулярность также и в точке  $C$ , и тогда в этом месте появляется еще одна диффузионная область.

До сих пор удавалось учесть диффузионные эффекты лишь на уровне оценок, причем исключительно для стационарного случая [Sweet, 1958; Parker, 1963; Petschek, 1964; Cowley, 1975; Vasyliunas, 1975; Soward, Priest, 1977, 1982; Паркер, 1982]. Идея этих оценок основана на следующих соображениях. Магнитное поле первого приближения (2.25в) направлено противоположно исходному полю  $B_0$  и возрастает по мере приближения к началу координат. Поэтому на некотором расстоянии  $l$  на оси  $y$  суммарное поле равно нулю. Если размер диффузионной области, который оценивается как  $L/Re_m$  ( $Re_m$  — магнитное число Рейнольдса), будет меньше  $l$ , то появится нулевая точка магнитного поля; кроме того, ток в диффузионной области будет направлен против приложенного электрического поля  $E_0$ , что представляется физически маловероятным. Отсюда следует, что  $l$  — это минимальный размер диффузионной области. Приравнявая  $l$  и  $L/Re_m$ , получим связь между основными параметрами задачи: числом Маха—Альфвена (которое по традиции называют мерой пересоединения) и магнитным числом Рейнольдса. Улучшать оценку можно с двух сторон: по возможности более точно вычисляя магнитное поле на границе диффузионной области и как можно точнее оценивая размер диффузионной области. Так была получена оценка

$$l \geq k \epsilon \ln \epsilon Re_m, \quad (2.63)$$

где  $k = 8/\pi$  [Petschek, 1964; Vasyliunas, 1975],  $k = 4/\pi$  [Soward, Priest, 1977], при учете сжимаемости  $k = \pi\gamma/4(2\gamma - 1)$  при  $\beta \ll 1$ ,  $M \ll 1$ , где  $M$  — число Маха [Soward, Priest, 1982].

Для определения функции  $h$  в нестационарном случае будет удобно и в стационарном случае прийти к оценке (2.63) несколько иным путем.

Как уже говорилось, особенности решения связаны со скачком пересоединившегося магнитного поля  $b$  в точке  $0$ . При конечной проводимости скачка, разумеется, быть не должно, магнитное поле в диффузионной области должно меняться плавно. При этом все сингулярности исчезают. Чтобы в этом убедиться, предположим, что магнитное поле меняется в диффузионной области с размером  $x_D$  линейно. Методом, указанным в разд. 2.3, можно получить решение и для этого случая. Приведем формулы для  $B_x$ -компоненты в области втекания и для  $B_x$ - и  $v_x$ -компонент в  $FR$ -области.

Область втекания:

$$B_x = 1 - \frac{\epsilon}{\pi} \left\{ \frac{x - x_D}{x_D} \ln [(x - x_D)^2 + y^2] - \frac{x + x_D}{x_D} \ln [(x + x_D)^2 + y^2] + \frac{2y}{x_D} \left( \arctg \frac{x - x_D}{y} - \arctg \frac{x + x_D}{y} \right) \right\}; \quad (2.64)$$

$FR$ -область (правая):

$$B_x = \frac{\epsilon}{\pi x_D} \left[ Q \left( \frac{x + \bar{y}}{2} + x_D \right) - Q \left( \frac{x + \bar{y}}{2} - x_D \right) - Q \left( \frac{x - \bar{y}}{2} + x_D \right) + Q \left( \frac{x - \bar{y}}{2} - x_D \right) \right], \quad (2.65)$$

$$v_x = \frac{1}{\epsilon} + \frac{1}{\pi x_D} \left[ Q \left( \frac{x + \bar{y}}{2} + x_D \right) - Q \left( \frac{x + \bar{y}}{2} - x_D \right) + Q \left( \frac{x - \bar{y}}{2} + x_D \right) - Q \left( \frac{x - \bar{y}}{2} - x_D \right) - Q(x + x_D) + Q(x - x_D) \right], \quad (2.66)$$

где  $Q(\xi) = \xi \ln \xi^2$ ;  $\bar{y} = y/\epsilon$ . Из этих формул видно, что особенностей больше нет ни при  $x = y = 0$ , ни на ударной волне  $x = \bar{y}$ .

Из формул (2.64)–(2.66) вытекает также следующий замечательный результат. Выберем размер диффузионной области  $x_D$  так, чтобы полное поле  $B_x(0, 0) = 0$ :

$$B_x(0, 0) = 1 - \frac{4\epsilon}{\pi} \ln \frac{1}{x_D} = 0, \quad (2.67)$$

откуда

$$x_D = \exp(-\pi/4\epsilon), \quad (2.68)$$

Покажем теперь, что при таком выборе  $x_D$  ударная волна исчезает:  $B_x$ - и  $v_x$ -компоненты магнитного поля и скорости, которые при бесконечной проводимости испытывали скачок на ударной волне  $y = \epsilon x$ , теперь меняются непрерывно:

$$B_x = \left[ 1 - \frac{2\epsilon}{\pi} \left( \frac{x - x_D}{x_D} \ln |x - x_D| - \frac{x + x_D}{x_D} \ln |x + x_D| \right) \right]_{\text{втек}} =$$

$$= \left\{ \frac{2\epsilon}{\pi x_D} [(x + x_D) \ln |x + x_D| - (x - x_D) \ln |x - x_D| - 2x_D \ln x_D] \right\}_{FR},$$

$$v_x = 0 \Big|_{\text{втек}} = \left\{ \frac{1}{\epsilon} + \frac{2}{\pi x_D} [(x + x_D) \ln |x + x_D| - (x - x_D) \ln |x - x_D| + 2x_D \ln x_D - \right.$$

$$\left. - (x + x_D) \ln |x + x_D| + (x - x_D) \ln |x - x_D|] \right\}_{FR}.$$

Иными словами, ударная волна "размазывается" в слой толщиной  $\epsilon x_D$ , в котором все величины меняются непрерывно. Физически этот формальный результат можно интерпретировать следующим образом. Разрыв магнитных силовых линий осуществляется в диффузионной области. В несжимаемой плазме возмущения распространяются со скоростью  $v \pm v_a$  и именно они формируют медленную ударную волну. Непрерывному изменению параметров в диффузионной области должно соответствовать и непрерывно изменение всех величин в размытой ударной волне. Таким образом, размер диффузионной области (2.68) соответствует полному согласованию этой области с конвективной зоной, в которой можно применять идеальную магнитную гидродинамику.

С другой стороны,  $x_D$  оценивается как  $L/\epsilon Re_m$  ( $\epsilon$  вошло из-за того, что размер диффузионной области вдоль оси  $X$  в  $1/\epsilon$  раз больше, чем вдоль оси  $Y$ ), и мы приходим к равенству (2.63) с  $k = 4/\pi$ . Как мы увидим в разд. 3.1, сначала в токовом слое накапливается магнитная энергия и, следовательно,  $\epsilon$  убывает. Поэтому при любой заданной проводимости всегда найдется такой момент времени, что условие (2.63) будет выполнено и система перейдет в режим стационарного пересоединения. В этом смысле равенство (2.63) определяет порог существования режима стационарного пересоединения в данной системе.

Для перехода к нестационарному случаю нам будет удобно записать равенство (2.68) также несколько по-иному:

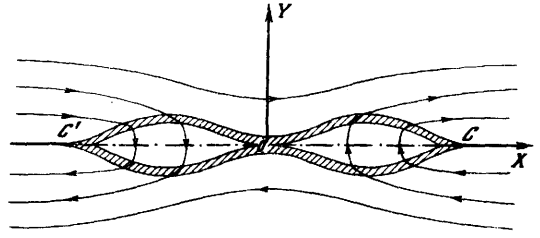
$$b = \frac{\pi}{4} \frac{B_0}{\ln(L/x_D)}, \quad (2.69)$$

где  $b$  — пересоединившееся, а  $B_0$  — начальное магнитное поле.

Из (2.69) следует, что размер диффузионной области однозначно определяет значение пересоединившегося магнитного поля. Оказывается это справедливо и в нестационарном случае, что дает способ вычисления пересоединившегося магнитного поля  $b$ .

Остановимся на этом подробнее. Мы уже видели, что в нестационарном случае, так же как и в стационарном, в решении имеются сингулярности (см. (2.62)). Далее будем рассуждать по той же схеме, что и в стационарном случае. Сгладим поле  $b$  в диффузионной области размером  $x_D(t)$  линейно.

Рис.2.11. Сглаживание ударной волны при конечной проводимости и превращение ее в слой конечной толщины (заштриховано)



Решение задачи о пересоединении дается теми же формулами (2.34), (2.35), (2.42), (2.43), (2.50), (2.51), но теперь функция  $y_\alpha^{(k)}$  считается сглаженной в диффузионной области. Можно проверить, что в построенном таким образом решении сингулярностей больше нет. Выберем размер диффузионной области  $x_D(t)$  (теперь он зависит от времени) так, чтобы  $x$ -компонента магнитного поля равнялась нулю в начале координат:

$$B_0 + \epsilon B_x^{(1)}(t, 0, 0) = 0. \quad (2.70)$$

Здесь  $B_x^{(1)}$  — первое приближение магнитного поля в области втекания. Условием (2.70)  $x_D(t)$  фиксируется однозначно. Проверим теперь, что ударные волны распыляются в слое конечной толщины, в которых с точностью до главных по  $\epsilon$  членов скорость и магнитное поле меняются непрерывно. Для этого найдем предельные значения  $B_x^{(1)}$  и  $v_x^{(1)}$  со стороны области втекания ( $IR$ ) и со стороны  $FR$ -области ( $FR$ ) на ударной волне  $\alpha = \tau' - q(\xi')$ :

$$\begin{aligned} B_x(IR) &= 1 + \epsilon x_\alpha^{(1)}(\tau', \tau' - q, 0), \\ B_x(FR) &= \epsilon [x_\alpha^{(1)}(\tau', \tau' - q, 0) - x_\alpha^{(1)}(q, 0, 0)], \\ v_x(IR) &= x_{\tau'}^{(1)}(\tau', \tau' - q, 0), \\ v_x(FR) &= 1/\epsilon + x_\alpha^{(1)}(q, 0, 0) + x_{\tau'}^{(1)}(\tau', \tau' - q, 0). \end{aligned} \quad (2.71)$$

Без диффузионной области эти формулы не имеют смысла, так как  $x_\alpha^{(1)}(q, 0, 0) = \infty$ . Формальная причина этой особенности заключена в скачке функции  $y_\alpha^{(1)}(\tau', \eta, 0)$  при  $\eta = 0$ . Скачок исчезает, если пересоединившееся магнитное поле меняется непрерывно в диффузионной области размера  $x_D(t)$ ; при этом формулы (2.71) приобретают смысл. Из (2.71) видно, что если

$$1 + \epsilon x_\alpha^{(1)}(q, 0, 0) = 0, \quad (2.72)$$

то  $\{v_x\} = \{B_x\} = 0$ , т.е. ударная волна сглаживается (рис. 2.11). Учитывая, что  $q = \tau' - \alpha$  и  $B_x^{(1)} = x_\alpha^{(1)}$ , (2.72) можно переписать в виде

$$B_0 + \epsilon B_x^{(1)}(t - x/v_a, 0, 0) = 0. \quad (2.73)$$

Так как условие (2.70) выполняется во все моменты времени, то (2.73) удовлетворяется. Таким образом, действительно ударные волны распыляются в слое толщиной порядка  $\epsilon x_D(t)$ .

Из проведенного анализа видно, что структура ударной волны в точке  $x$  в момент времени  $t$  зависит от распределения пересоединившегося магнитного поля в диффузионной области в момент времени  $t_1 = t - x/v_a$ , т.е. с учетом запаздывания. Физически это понятно: ударная волна формируется в диффузионной области, а затем возмущение распространяется вдоль альфвеновской характеристики (напомним, что рассматривается случай несжимаемой плазмы) с конечной скоростью.

Выведем теперь соотношение между размером диффузионной области  $x_D(t)$  и пересоединившимся полем  $b(t)$ , которое в неявном виде определяется условием (2.70). В области втекания  $x$ -компонента магнитного поля

$$B_x = B_0 + \frac{1}{\pi} \int_{-v_a t}^{v_a t} \frac{(x - \eta) \operatorname{sign} \eta [2b(v_a t - |\eta|) - |\eta| b'(v_a t - |\eta|)] d\eta}{(x - \eta)^2 + y^2}. \quad (2.74)$$

Уравнение (2.74) записано в декартовых координатах в размерном виде; при выводе использованы (2.60), (2.61) и соотношения  $x \approx \alpha$ ,  $y \approx -\xi$ . Напомним, что в диффузионной области  $b$  меняется линейно. Сделаем в (2.74) замену переменных  $\mu = \eta/v_a t$  и вычислим поле  $B_x(0, 0, t)$  с точностью до членов  $O\{\max[\epsilon, (x_D/v_a t) \ln(x_D/v_a t)]\}$ .

После несложных выкладок (2.74) приводится к виду

$$B_x(0, 0, t) = B_0 - \frac{4}{\pi} \int_{x_D/v_a t}^1 \frac{b(v_a t - v_a t \mu)}{\mu} d\mu + \frac{2}{\pi} b(v_a t) - \frac{2}{\pi} \frac{x_D/v_a t}{-x_D/v_a t} \int \frac{\text{sign} \eta b(v_a t - v_a t \mu) d\mu}{\mu} \quad (2.75)$$

Здесь важен только первый интегральный член, так как  $b \sim \epsilon$ , а интеграл по промежутку  $[-x_D/v_a t, x_D/v_a t]$  порядка  $x_D/v_a t$ .

Выполняя в первом интеграле интегрирование по частям и отбрасывая члены порядка  $O\{\max[\epsilon, (x_D/v_a t) \ln(x_D/v_a t)]\}$ , получим

$$B_x(0, 0, t) = B_0 + \frac{4}{\pi} b(t) \ln \frac{x_D(t)}{v_a t} \quad (2.76)$$

Приравняв  $B_x(0, 0, t) = 0$ , найдем искомое соотношение

$$b(t) = \pi B_0 / 4 \ln [v_a t / x_D(t)]. \quad (2.77)$$

Отсюда следует очень важный вывод: спонтанное пересоединение на фазе развития целиком определяется диссипативными эффектами. Чтобы найти пересоединившееся магнитное поле, надо уметь вычислять размер диффузионной области.

Для примера рассмотрим следующую простую задачу. Пусть вследствие каких-либо причин в начальный момент времени создалась  $X$ -линия с резким градиентом  $b$  в диффузионной области, а затем происходит обычная омическая диссипация. В этом случае  $x_D(t)$  — это просто диффузионный размер  $x_D(t) = \sqrt{c^2 t / \sigma}$  и (2.77) примет вид

$$b(t) = \pi B_0 / 2 \ln \text{Re}_m(t), \quad (2.78)$$

где  $\text{Re}_m(t) = 4\pi\sigma v_a^2 t / c^2$  — магнитное число Рейнольдса, рассчитанное по характерному размеру  $FR$ -области  $v_a t$  и скорости  $v_a$ . Видно, что  $b(t)$  медленно (логарифмически) убывает со временем. Чем больше проводимость, тем сильнее убывание, в пределе ( $\sigma \rightarrow \infty$ ) пересоединение невозможно вообще. Можно сказать, что, чем больше проводимость, тем меньше длительность пересоединения и меньше пересоединившийся магнитный поток.

В общем случае, чтобы найти размер диффузионной области как функцию времени, необходимо изучать развитие плазменных неустойчивостей. Их теория до настоящего времени развита недостаточно, особенно для приложений пересоединению Петчека. Краткий обзор наиболее важных неустойчивостей дан ниже (см. разд. 3.2).

Стационарное пересоединение устанавливается при выполнении как минимум трех условий. Во-первых, необходимо, чтобы в течение фазы развития токового слоя интенсивность магнитного поля успела достигнуть уровня Петчека (см. формулу (2.63)). Во-вторых, требуется, чтобы диффузионная область в течение достаточно долгого времени работала в стационарном режиме  $b(t) = \text{const}$ . И в-третьих, граничные условия должны еще допускать существование стационарного состояния. В реальных условиях одновременное выполнение всех этих требований маловероятно. Поэтому в громадном большинстве случаев пересоединение носит, во-видимому, нестационарный, импульсный характер.

В заключение интересно сравнить основные черты стационарного (Vasyliunas, 1975) и спонтанного пересоединения.



1. Решение в каждом данном случае определяется граничными условиями. Не существует единой модели для всех ситуаций.
2. При данной проводимости существует верхний предел меры пересоединения. Ниже порогового значения решений нет.
3. Диссипативные эффекты определяют размер и структуру диффузионной области, но на глобальную структуру оказывают малое влияние.

1. До тех пор, пока быстрая ударная волна не достигнет границ, процесс не зависит от граничных условий. В силу своей локальности процесс универсален.
2. Пересоединение возможно при любой сколь угодно большой проводимости.
3. Решение целиком определяется диссипативными эффектами в диффузионной области.

### 2.6. СМЕШАННЫЕ РЕШЕНИЯ

Пересоединение может инициироваться не только диссипативными эффектами в диффузионной области, но также и падающей на токовый слой альфвеновской волной. Этот последний случай вынужденного пересоединения почти не исследован. Кроме весьма упрощенной модели Соннерупа, других решений не получено. Разработанная выше техника в замороженных координатах позволяет построить решения о пересоединении магнитных силовых линий с произвольным числом падающих на токовой слой разрывов. Такие решения содержат черты модели как Петчека, так и Соннерупа. Для простоты мы ограничимся стационарным случаем, плазму будем считать несжимаемой. Из многих мыслимых вариантов задачи рассмотрим два — с двумя и четырьмя приходящими разрывами. Первый из них понадобится нам при изучении вынужденного пересоединения в хвосте магнитосферы, а второй интересен как обобщение решения Соннерупа.

Пусть имеется токовый слой с двумя падающими разрывами (на рис. 2.12 они правые внешние). В областях 1 и 5 магнитное поле и течение считаются известными в нулевом приближении:  $x_1^{(0)} = \alpha$ ;  $y_1^{(0)} = -t$ ;  $x_5^{(0)} = -\alpha$ ;  $y_5^{(0)} = t$ . Предположим, что падающие разрывы одинаковой амплитуды, ток на разрыве задан в нулевом приближении:

$$(x_2^{(0)})_\alpha - (x_1^{(0)})_\alpha = (x_4^{(0)})_\alpha - (x_5^{(0)})_\alpha = I, \quad (2.79)$$

$I < 0$  соответствует направлению тока в исходном токовом слое.

В областях 2–4 и 6 будем искать решение в нулевом приближении в виде однородных полей и течений:

$$x_i^{(0)} = a_i \alpha + b_i t', \quad \bar{y}_i^{(0)} = c_i \alpha + d_i t', \quad (2.80)$$

где  $i$  — номер области;  $t' = t/\epsilon$ ;  $\bar{y} = y/\epsilon$ . Постоянные  $a_i$  и  $b_i$  находятся из условий (2.79) и  $\{x\} = 0$ . Постоянные  $c_i$  и  $d_i$  находятся из уравнения  $b_i c_i - a_i d_i = 1$  и условия  $\{y\} = 0$  на разрывах  $2 \rightarrow 3$  и  $3 \rightarrow 4$  с учетом того, что  $d_3 = d_6 = 0$  (т.е.  $v_y(y=0) = 0$  в областях 3 и 6). Решение для верхней полуплоскости имеет вид

$$\begin{aligned} x_1^{(0)} &= \alpha, \quad y_1^{(0)} = -t, \\ x_2^{(0)} &= (I+1)\alpha + It', \quad \bar{y}_2^{(0)} = \frac{3I+2}{(2I+1)^2} \alpha - \frac{I+1}{(2I+1)^2} t', \\ x_3^{(0)} &= (2I+1)t', \quad \bar{y}_3^{(0)} = \frac{1}{2I+1} \alpha, \\ x_6^{(0)} &= t', \quad \bar{y}_6^{(0)} = -\alpha. \end{aligned} \quad (2.80)$$

В нижней полуплоскости оно получается из соображений симметрии.

Теперь в соответствии со схемой (2.13) требуется определить  $y_1^{(1)}(t, \alpha)$ . Уравнение

для этой функции то же – (2.11), а граничное условие примет вид

$$y_1^{(1)}(0, \alpha) = \begin{cases} \frac{2(1-2I^2)}{(2I+1)^2} \alpha, & \alpha > 0, \\ -2\alpha, & \alpha < 0. \end{cases} \quad (2.81)$$

Решение (2.11) с граничным условием (2.81):

$$\begin{aligned} y_1^{(1)}(t, \alpha) &= -k \left( \alpha \operatorname{arctg} \frac{\alpha}{t} + t \ln \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + t^2}} \right), \\ x_1^{(1)}(t, \alpha) &= k \left( t \operatorname{arctg} \frac{\alpha}{t} - \alpha \ln \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + t^2}} \right), \end{aligned} \quad (2.82)$$

$$k = \frac{4}{\pi} \frac{(1+I)^2}{(1+2I)^2}, \quad (2.83)$$

где  $x_1^{(1)}$  получено из (2.9). Все вычисления совершенно аналогичны показанным в разд. 2.3 (модель Петчека).

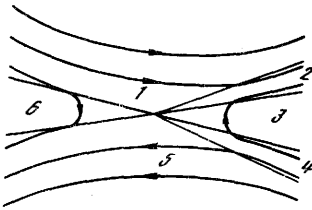


Рис. 2.12. Смешанное решение задачи пересоединения в случае токового слоя с двумя падающими разрывами

Из решения видно, что если ток в разрыве направлен против тока в слое ( $I > 0$ ), то в области 3 скорость плазмы больше альфвеновской, т.е. ускорение плазмы происходит более эффективно, чем в модели Петчека (при  $I = 0$ ).

Постоянная  $k$  (2.83) определяет порог стационарного пересоединения (2.63). Чем больше  $k$ , тем менее интенсивно пересоединение и наоборот; чем меньше  $k$ , тем при более высокой проводимости возможно пересоединение. Из уравнения (2.83) видно, что если ток в разрыве направлен против тока в слое ( $I > 0$ ), то  $k < 4/\pi$ , т.е. порог пересоединения снижается по сравнению с моделью Петчека. Минимальное значение  $k = 1/\pi$  достигается при  $I = \infty$ . Напротив, когда ток в разрыве параллелен току в слое,  $k > 4/\pi$ , пересоединение затруднено, а при  $I < -1/2$  невозможно вообще: при  $I = -1/2$  порог пересоединения становится бесконечно большим.

Эти результаты подтверждают качественные выводы разд. 2.1: падающая на токовый слой альфвеновская волна с током на переднем фронте, параллельным току в слое, затрудняет пересоединение и может даже его погасить. Если же ток на переднем фронте волны направлен против тока в слое, то такая волна способствует пересоединению.

Интересно отметить, что даже две падающие на токовый слой альфвеновские волны сами по себе не способны инициировать стационарное пересоединение, необходимо также, чтобы работала диффузионная область. Это видно из того, что при любом  $I > -1/2$  постоянная  $k \neq 0$ . Следовательно, при любой амплитуде входящих разрывов имеется сингулярность у первого приближения магнитного поля в начале координат (2.83) и, значит, важны диссипативные эффекты.

Построим теперь решение с четырьмя падающими на токовый слой разрывами. Для этого достаточно использовать уже полученные результаты и соображения симметрии, а именно продолжим по симметрии формулы (2.80) на IV квадрант. Пересчитывать надо только граничное условие для  $y^{(1)}(t, \alpha)$  и постоянную  $k$ :

$$y^{(1)}(0, \alpha) = \frac{2(1-2I^2)}{(2I+1)^2} |\alpha|, \quad (2.84)$$

$$k = \frac{4}{\pi} \frac{(1-2I^2)}{(2I+1)^2}. \quad (2.85)$$

Формулы (2.80), (2.82), (2.84), (2.85) дают решение задачи о пересоединении магнитных силовых линий с четырьмя падающими на токовый слой разрывами. Из (2.85) видно, что решение существует для  $-1/2 < I \leq 1/\sqrt{2}$ . При  $I = 1/\sqrt{2}$  постоянная  $k=0$ , т.е. порог пересоединения равен нулю. Это как раз и есть решение Соннераупа (см. формулу (2.7)). Оно, как мы видим, — единственное решение, которое может вызвать стационарное пересоединение в отсутствие диссипативных эффектов. При  $I = 0$  решение переходит в решение Петчека. Если  $I < 0$ , то порог пересоединения увеличивается и при  $I = -1/2$  становится бесконечно большим.

По-видимому, роль падающих на токовый слой альфвеновских волн примерно такая же и в нестационарном случае, хотя этот вопрос пока еще не исследован.

### Глава 3

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЭВОЛЮЦИИ ТОКОВЫХ СЛОЕВ

### 3.1. ФОРМИРОВАНИЕ ТОКОВОГО СЛОЯ

Как уже отмечалось, пересоединение (механизм Петчека с образованием ударных волн) не может развиваться в бестоковом магнитном поле ( $\text{rot } \mathbf{V} = 0$ ). Необходимо, чтобы в области, где идет пересоединение, текли токи, магнитная (свободная) энергия которых и может преобразовываться в другие виды, в основном в кинетическую и тепловую энергии. Для накопления свободной энергии требуются некоторое время и определенные условия. К настоящему времени удалось исследовать только простейшие режимы: а) вся поступающая в систему энергия идет на накопление свободной энергии и б) поступающая энергия целиком расходуется на омический нагрев плазмы.

Начнем с первого случая. Пусть в плазме, которую будем считать идеально проводящей, создана конфигурация магнитного поля типа вакуумной X-линии и вдоль нее приложено электрическое поле. Сразу после его включения к нулевой линии будет распространяться быстрая магнитозвуковая цилиндрическая волна [Сыроватский, 1979]. Перед фронтом волны среда невозмущенная, а за ним появляется конвекция плазмы, которая сжимает магнитное поле вдоль оси Y и растягивает вдоль оси X (рис. 3.1, а).

Основные свойства процесса накопления свободной энергии магнитного поля можно получить из следующего простого рассмотрения (рис. 3.1, б). Возникающая под действием приложенного электрического поля конвекция плазмы поставляет к окрестности X-линии магнитные силовые линии. Так как в идеально проводящей плазме разорваться они не могут, то, следовательно, должны накапливаться. В X-точке магнитная силовая линия останавливается (в противном случае она бы разорвалась), поэтому здесь  $E = 0$ .

Компенсация электрического поля до нуля в X-точке происходит следующим образом. Магнитный поток над токовым слоем нарастает. Согласно закону Ленца, должно возникнуть вихревое электрическое поле  $E_r$ , которое направлено противоположно исходному полю  $E_0$  вблизи токового слоя. Поэтому электрическое поле в токовом слое  $E_{NS} = E_0 - E_r \ll E_0$ ,  $(E_{NS} \cdot I_{NS}) \approx 0$ , и из теоремы Пойнтинга следует, что большая часть поступающей в систему энергии идет на увеличение энергии магнитного поля.

Конечно, эти нестрогие рассуждения должны быть подтверждены расчетами. Как это часто бывает в магнитной гидродинамике, общий случай не поддается аналитическому решению. Приходится использовать различные степени приближения, причем

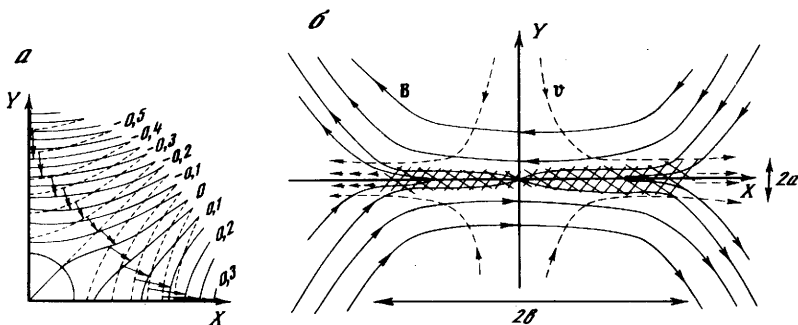


Рис. 3.1. Формирование токового слоя [Сыроватский, 1979]

*a* – искажение магнитного поля сходящейся цилиндрической волной (окружность малого радиуса – передний фронт волны, сплошные линии – силовые линии магнитного поля, штриховые линии – их начальное положение, стрелки – смещение плазмы. Картина симметрична относительно осей координат. Цифры у кривых – значение векторного потенциала в усл. ед.); *б* – структура течения и магнитного поля в окрестности развитого токового слоя (*a* – полуширина слоя)

усложнение задачи, как правило, означает переход к локальному рассмотрению в упрощенной геометрии. Остановимся сначала на наиболее глобальном, но потому и грубом подходе.

*Приближение Сыроватского* [Сыроватский, 1971, 1979]. Предполагается, что магнитное давление столь велико, что больше и теплового и динамического давлений:  $\beta = 8\pi r_0 / B_0^2 \ll 1$ ,  $M_a = v_0 / v_a \ll 1$ . Тогда в нулевом приближении по  $\beta$  и  $M_a$  магнитное поле должно уравнивать само себя:  $\mathbf{j} \times \mathbf{B} = 0$ .

При рассмотрении токовых слоев можно считать магнитное поле не просто бессильным, но бестоковым ( $\text{rot } \mathbf{B} = 0$ ) всюду, кроме токового слоя, который в рассматриваемом приближении следует считать бесконечно тонким. Такая точка зрения оказалась весьма плодотворной, так как в этом случае можно использовать чрезвычайно мощный аппарат теории функции комплексного переменного и получать решения многих важных задач. Для иллюстрации метода разберем задачу, качественно рассмотренную в начале этого раздела.

Пусть в начальный момент времени создано гиперболическое магнитное поле типа вакуумной *X*-линии (рис. 3.2, *a*) и включено электрическое поле  $E_0(t)$  вне некоторой цилиндрической поверхности радиуса  $R$  с осью на нулевой линии. После прохождения к *X*-линии сходящейся цилиндрической магнитозвуковой волны на месте *X*-линии возникает нейтральный токовый слой (рис. 3.2, *б*). Комплексный потенциал, отвечающий этому решению,

$$F(z, t) = \frac{h_0}{2} z \sqrt{z^2 - b^2} - \frac{h_0 b^2}{2} \ln \frac{z + \sqrt{z^2 - b^2}}{b}. \quad (3.1)$$

Здесь  $h_0$  – градиент начального магнитного поля вблизи нулевой линии;  $b$  – полуширина слоя;  $A(x, y, t) = \text{Re} F(z, t)$  –  $z$ -компонента векторного потенциала. Компоненты напряженностей магнитного и электрического полей выражаются формулами

$$dF/dz = -B_y - i B_x = \sqrt{z^2 - b^2}, \quad (3.2)$$

$$E(x, y, t) = -(1/c) \partial A / \partial t. \quad (3.3)$$

Из (3.3) видно, что электрическое поле сильно неоднородно: оно равно нулю на токовом слое и достигает значения  $E_0(t)$  только на границе. Развитие токового слоя со временем определяется функцией  $b = b(t)$ . Ее можно найти, приравняв тангенциальные составляющие электрического поля на граничной цилиндрической поверхности:

$$\frac{h_0}{2} b^2(t) \left( 1 - \ln \frac{b(t)}{2R} \right) = - \int_0^t E_0(t) dt. \quad (3.4)$$

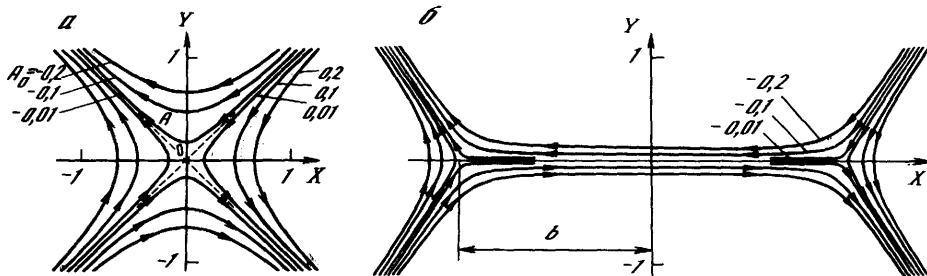


Рис. 3.2. Гиперболическое магнитное поле в окрестности X-линии первого порядка (а) и образовавшийся на месте X-линии нейтральный токовый слой (б).

Цифры у кривых – значение векторного потенциала в усл. ед.

Из (3.4) следует, что если поле  $E_0(t)$  не меняет знака, то токовый слой расширяется. Свободная энергия магнитного поля, приходящаяся на единицу длины нулевой линии,

$$\Delta W = -\frac{1}{32} h_0^2 b^4 \left( \ln \frac{4R^2}{b^2} - \frac{1}{2} \right); \quad (3.5)$$

$\Delta W$  быстро возрастает с увеличением  $b(t)$ . Приведем еще формулу для полного тока через слой:

$$I = ch_0 b^2 / 4. \quad (3.6)$$

Из полученных результатов следует важный вывод: свободная энергия накапливается тем эффективнее, чем больше приложенное электрическое поле и чем ближе оно приложено к X-линии, а также чем больше градиент начального магнитного поля  $h_0$ .

Метод Сыроватского почти идеально приспособлен для расчета магнитного и электрического полей. С его помощью можно решить и более содержательные задачи [Сомов, Сыроватский, 1974; Priest, Raadu, 1975; Tur, Priest, 1976]. Однако рассчитать газодинамические параметры в приближении Сыроватского довольно трудно. Поэтому мы вынуждены перейти к рассмотрению простейшего точного решения, справедливого в непосредственной окрестности токового слоя. Рассматривается случай несжимаемой плазмы (решение приводится в безразмерном виде):

$$\begin{aligned} B_x = t, \quad B_y = 0, \quad v_x = x/t, \quad v_y = -y/t, \\ P = P_0 - y^2/t^2. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Здесь  $P$  – полное давление. Видно, что в нарастающем магнитном поле скорость движения плазмы уменьшается со временем. Как уже отмечалось, это уменьшение величины  $v$  является следствием того, что в идеально проводящей среде магнитные силовые линии не могут рваться и вынуждены накапливаться.

Из результатов Сыроватского, который проводил расчеты параметров течения с учетом сжимаемости плазмы, следует также, что плотность плазмы в окрестности токового слоя убывает со временем и может достигать очень малых значений. Как было показано выше (см. формулу (2.59)), это способствует особенно сильному энерговыделению (обратно пропорциональному плотности) на фазе пересоединения.

Схема Сыроватского позволяет рассчитать магнитное поле и течение вне токового слоя и, что особенно важно, получить оценку накопленной в системе свободной энергии. Однако приближение Сыроватского в принципе не может дать никакой информации о внутренней структуре токового слоя, а следовательно, и о развитии неустойчивостей, приводящих к пересоединению. Для исследования внутреннего устройства токового слоя нужна совершенно другая техника, которая была разработана в работах Дж. Бирна и К. Шиндлера.

*Приближение Бирна–Шиндлера* [Birn et al., 1977; Birn, 1979; Schindler, 1979; Schindler, Birn, 1982]. В токовом слое баланс сил определяется прежде всего градиентом газового давления и силой Ампера:

$$-\nabla p + \frac{1}{c} \mathbf{j} \times \mathbf{B} = 0. \quad (3.8)$$

Инерциальный член, как правило, мал по сравнению с  $\nabla p$  и  $\frac{1}{c} \mathbf{j} \times \mathbf{B}$ . Это связано прежде всего с тем, что электрическое поле в токовом слое мало, а, следовательно, должна быть мала и скорость.

Умножая (3.8) скалярно на  $\mathbf{B}$ , получим  $(\mathbf{B} \nabla p) = 0$ , т.е. давление постоянно вдоль магнитных силовых линий и его можно задать на некоторой начальной поверхности. Используя затем представление магнитного поля через потенциалы Эйлера  $\alpha$  и  $\beta$ :  $\mathbf{B} = \nabla \alpha \times \nabla \beta$ , уравнение (3.8) можно свести к уравнениям для  $\alpha$  и  $\beta$ . В цитированных работах развит метод решения этих уравнений для случая, когда градиенты поперек слоя много больше, чем по двум другим направлениям. Метод позволяет по заданным граничным условиям для давления рассчитывать магнитное поле и давление в токовом слое.

Метод Бирна–Шиндлера локальный, он применим только для внутренней части токового слоя, где существуют резкие градиенты. Было бы крайне полезно согласовать решения в методах Сыроватского и Бирна–Шиндлера. Из такого согласования должны получаться граничные условия для давления, которые пока в схеме Бирна–Шиндлера задаются до некоторой степени искусственно.

До сих пор речь по существу шла о статическом токовом слое. Чтобы перейти к динамической задаче, надо считать граничные условия для давления зависящими от времени. Как и раньше, находится магнитное поле, а затем электрическое, плотность и скорость движения плазмы. Такой подход позволяет выявить тонкие детали процесса накопления магнитной энергии. В первой работе такого рода [Schindler, Birn 1982] получено семейство аналитических решений об эволюции токового слоя хвоста магнитосферы, моделирующих широкий диапазон граничных условий. Область, в которой рассматривалась задача, выбиралась таким образом, чтобы нейтральных линий магнитного поля не возникало. Основные результаты этой работы следующие (рис. 3.3).

1. Стационарная конвекция в хвосте магнитосферы возможна только для весьма экзотического случая, когда показатель адиабаты в уравнении состояния  $\gamma < 1$ . В противном случае баланс сил обеспечить не удастся.

Это очень важный вывод. То, что стационарное решение идеальной магнитогидродинамики невозможно при наличии нейтральной линии, мы уже видели. Оказывается, что при естественных предположениях ( $\gamma > 1$ ) стационарная конвекция невозможна в токовом слое и без нейтральной линии.

2. Типичный режим конвекции в хвосте магнитосферы – нестационарный. Конвекция может быть вызвана следующими условиями на границе: а) подключением электрического поля или, что по существу то же самое, потоком вектора Пойнтинга, б) увеличением магнитного потока в долях хвоста, в) повышением полного давления  $P$ . Для эволюции токового слоя эти условия эквивалентны.

3. Интенсивность электрического поля быстро ослабляется в направлении от границы и достигает весьма малых значений вблизи центра токового слоя, где  $E$  может даже менять знак.

4. Энергия магнитного поля в долях хвоста увеличивается со временем, токи в плазменном слое возрастают, нормальная к слою компонента магнитного поля уменьшается. При этом достигаются пороги возбуждения разрывной неустойчивости и аномального сопротивления. В этом смысле можно сказать, что токовый слой в процессе накопления свободной энергии эволюционирует к неустойчивому состоянию.

Если добавить полученный Сыроватским результат о том, что плотность плазмы вне токового слоя уменьшается в течение накопления магнитной энергии, то получим достаточно полное представление о фазе накопления магнитной энергии.

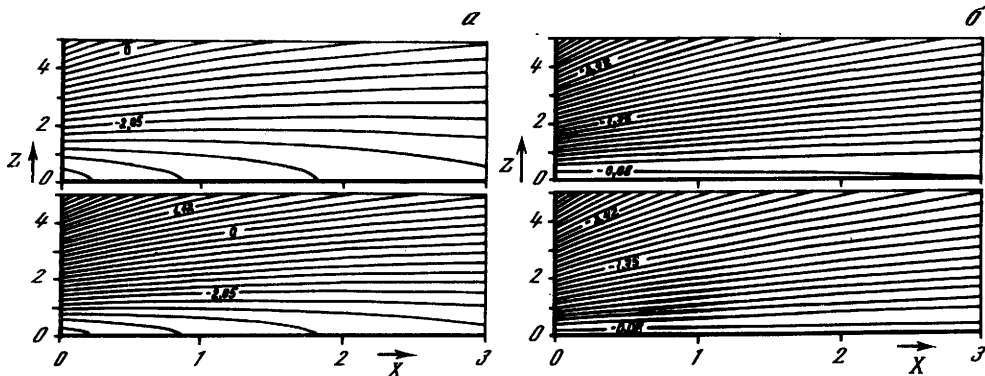


Рис. 3.3. Эволюция магнитного (а) и электрического (б) полей в хвосте магнитосферы [Schindler, Birn, 1982]

Цифры у кривых – значение вектор-потенциала (а) и интенсивности электрического поля (б). Нижний рисунок соответствует более позднему моменту времени

**Решение Паркера.** До сих пор мы оставались в рамках идеальной магнитной гидродинамики. В реальной плазме проводимость конечна, поэтому часть или даже вся поступающая в систему энергия может расходоваться на омический нагрев. Удалось получить одно очень простое точное решение, в котором магнитная энергия целиком превращается в тепло: как говорят, происходит аннигиляция магнитных силовых линий [Parker, 1973; Sonnerup, Priest, 1975; Priest, Sonnerup, 1975].

Рассмотрим стационарное течение несжимаемой жидкости вблизи точки торможения (рис. 3.4,а):

$$v_x = -k_1 x, \quad v_y = k_2 y, \quad v_z = (k_1 - k_2) z, \quad (3.9)$$

$k_1, k_2$  – постоянные.

Магнитные силовые линии – прямые, параллельные оси  $Y$ :  $B_x = B_z = 0, B_y = B(x)$ . Тогда давление находится из уравнения движения

$$p = \text{const} - \frac{1}{2} \rho \omega^2 - B^2 / 8\pi, \quad (3.10)$$

а  $B(x)$  определяется из уравнения

$$\text{rot} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}] + \frac{c^2}{4\pi\sigma} \Delta \mathbf{B} = 0, \quad (3.11)$$

которое в данном случае сводится к

$$\frac{1}{\text{Re}_m} \frac{d^2 B}{dx^2} + x \frac{dB}{dx} + \alpha B = 0, \quad (3.12)$$

где  $\text{Re}_m$  – магнитное число Рейнольдса:  $\alpha = (k_1 - k_2) / k_1$ . Решение (3.12) выражается через функции параболического цилиндра.

Свойства решения следующие. При высокой проводимости ( $\text{Re}_m \gg 1$ ) образуется магнитный пограничный слой толщиной  $L / \sqrt{\text{Re}_m}$ . Вне пограничного слоя магнитное поле нарастает по мере приближения к  $x = 0$  по закону вмороженности  $B \sim x^{-\alpha}$ . Наиболее быстрое нарастание происходит при течении с поперечной по отношению к магнитному полю застойной линией  $\alpha = 1$ . При осесимметричном течении  $\alpha = 1/2$ . При продольной по отношению к  $\mathbf{B}$  линии  $\alpha = 0$  и нарастания нет (рис. 3.4,б). В пограничном слое магнитное поле резко меняется и достигает своего предельного при  $x = 0$  значения. Поведение магнитного поля вне пограничного слоя при  $\alpha = 1$  ( $B \sim 1/x$ ) интересно сравнить с решением (3.7), где структура течения совершенно такая же. В нестационарном случае тоже происходит растяжение магнитной силовой линии, однако оно

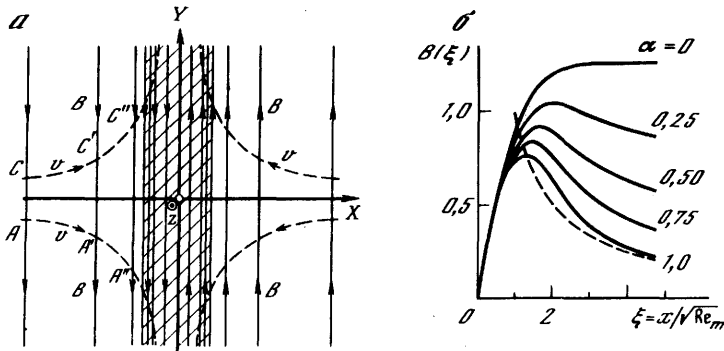


Рис. 3.4. Аннигиляция магнитного поля в задаче Паркера

*a* – структура течения и магнитного поля; *б* – изменение магнитного поля (штриховая линия соответствует бесконечной проводимости при  $\alpha = 1$ )

полностью компенсируется увеличением  $B$  со временем, и вследствие этого бесконечности при  $x = 0$  нет:  $B \sim t$ .

Решение (3.12) представляет собой пример, когда вся поступающая в систему энергия идет на омический нагрев. Обсудим теперь вопрос о сходстве и различии аннигиляции магнитных силовых линий Паркера и пересоединения Петчека. Локально в диффузионной области оба механизма неразличимы, но глобально различия очень заметны.

1. При пересоединении магнитная энергия преобразуется в кинетическую и тепловую на ударных волнах. Разрыв магнитных силовых линий происходит благодаря развитию диссипации. В случае аннигиляции преобразование магнитной энергии целиком осуществляется через омический нагрев. Для эффективного преобразования проводимость плазмы должна быть достаточно низкой в значительной части токового слоя, т.е. глобально.

2. При пересоединении образуются ударные волны, которые очень существенно меняют общую конфигурацию магнитного поля и течения, создавая им характерную квазидвухмерную структуру. Она особенно хорошо прослеживается при рассмотрении задачи обтекания магнитосферы солнечным ветром (см. гл. 4). В случае аннигиляции не происходит изменения структуры течения по сравнению с чисто гидродинамическим.

Очень важным является вопрос, к какому состоянию – стационарному или импульсному пересоединению, аннигиляции магнитных силовых линий – эволюционирует данная система и от чего зависит конечное состояние. К сожалению, на сегодня этот вопрос почти не изучен, так как смена различных режимов исследована пока только качественно. Для примера рассмотрим ту же задачу, что и в начале этого раздела, но будем теперь предполагать, что плазма имеет конечную проводимость  $\sigma_0$  и аномальную проводимость  $\sigma_{кр}$ , которая возникает после достижения током критического значения  $j_{кр}$ .

Выясним прежде всего, может ли система перейти в состояние аннигиляции магнитных силовых линий. Как уже говорилось, толщина магнитного пограничного слоя  $h = L/\sqrt{Re_m}$ , а до его границ  $B$  нарастает по законам вмерзновенности:

$$B = B_0 \sqrt{Re_m}, \quad (3.13)$$

где магнитное поле вычислено на границе пограничного слоя и для простоты положено  $\alpha = 1$ ;  $B_0$  – напряженность магнитного поля на границе области. Теперь можно вычислить среднюю плотность тока в пограничном слое:

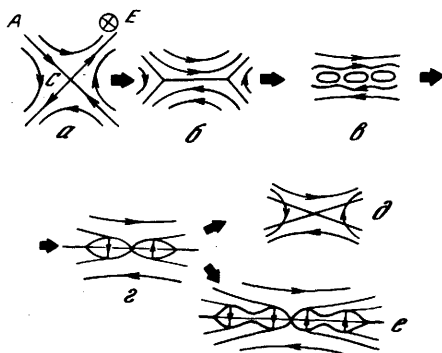
$$j_{cp} = \frac{c}{4\pi} \frac{\Delta B}{h} = \frac{cB_0}{2\pi L} Re_m. \quad (3.14)$$

Если проводимость  $\sigma_0$  столь мала, что  $j_{cp} < j_{кр}$ , то аномальное сопротивление не



Рис. 3.5. Последовательность событий, приводящих к процессу пересоединения

*a* — гиперболическое магнитное поле в окрестности *X*-линии; *b* — формирование токового слоя на месте нейтральной линии; *в* — возбуждение неустойчивости в токовом слое; *г* — начало нестационарного пересоединения; *д* — стационарный режим пересоединения; *е* — импульсный режим пересоединения



развивается. В этом случае, по-видимому, система переходит в состояние аннигиляции магнитных силовых линий. Проводимость плазмы столь мала, что вся поступающая в систему энергия тут же преобразуется в тепло.

Если же  $j_{\text{ср}} > j_{\text{кр}}$ , то развивается аномальное сопротивление, причем естественно ожидать, что сначала оно должно развиваться локально. Конечно, в этом месте и следует ожидать начала пересоединения. Чем больше аномальное сопротивление, тем эффективнее процесс пересоединения магнитных силовых линий.

Интересно отметить, что для обоих механизмов нужна низкая проводимость. Однако для аннигиляции проводимость с самого начала должна иметь низкое значение глобально, а для пересоединения сначала проводимость должна быть высокой (это необходимо для накопления свободной энергии) и только затем низкой, причем локально. В этом тоже проявляется различие между механизмами.

Рассмотрение той же задачи с помощью тиринг-неустойчивости приводит примерно к той же физике, с той только разницей, что вместо порога аномального сопротивления  $j_{\text{кр}}$  выступает порог тиринг-неустойчивости.

Последовательность событий, приводящих к пересоединению, можно проиллюстрировать схемой (рис. 3.5). Если вдоль нейтральной линии приложить электрическое поле (*a*), то на ее месте развивается токовый слой (*b*), в котором накапливается свободная энергия магнитного поля, способная к пересоединению. В процессе накопления свободной энергии токовый слой эволюционирует к неустойчивому состоянию (*в*). Как только порог неустойчивости достигается, начинается спонтанное пересоединение (*г*). Если имеется стационарное электрическое поле и граничные условия позволяют, то система переходит к стационарному пересоединению (*д*). Если же нет, то пересоединение носит импульсный характер (*е*).

Проведенный выше анализ теоретических и экспериментальных данных позволяет сформулировать общую концепцию взаимодействия плазмы с магнитным полем в системах с высокой проводимостью (точнее, с большими магнитными числами Рейнольдса). На первой стадии эволюции таких систем можно, как правило, считать выполненным свойство вмороженности магнитных силовых линий в плазму. При наличии неоднородных движений происходит растяжение магнитных силовых линий, особенно сильное вблизи сингулярности  $B = 0$  (а также  $v = 0$ , см. гл. 4). Это слабые места в плазме, и процессы, протекающие здесь, являются определяющими для всей последующей эволюции системы. На месте сингулярностей развиваются токовые слои, они со временем усиливаются, и в конце концов достигается порог развития некоторой плазменной неустойчивости. С этого момента начинается пересоединение магнитных силовых линий, которое представляет собой процесс Петчека с образованием бегущих ударных волн.

При движении высокопроводящей плазмы в магнитном поле линии и точки  $B = 0$  и  $v = 0$  играют роль барьеров, которые магнитные силовые линии не могут преодолеть, не разорвавшись. Разрыв магнитных силовых линий, который позволяет двигаться плазме в соответствии с граничными условиями, — это и есть процесс пересоединения.

Пересоединение — это глобальный процесс, охватывающий значительную часть системы. Но инициируется он и почти полностью определяется локальными свойствами плазмы в области пересоединения: ее проводимостью, плотностью, температурой, а также интенсивностью электрического и магнитного полей. Применительно к магнитосфере все эти характеристики потока определяются особенностями обтекания магнитосферы солнечным ветром. Таким образом, проблема взаимодействия солнечного ветра с геомагнитным полем, сводящаяся в целом к проблеме пересоединения силовых линий магнитного поля на магнитопаузе, может быть решена лишь в совокупности с задачей обтекания магнитосферы солнечным ветром.

### 3.2. АНОМАЛЬНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ И РАЗРЫВНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ

В предыдущих разделах мы неоднократно говорили о том, что одним из важнейших условий пересоединения магнитных полей в разреженной космической плазме является развитие плазменной турбулентности и аномального сопротивления в токовом слое. Последнему вопросу посвящена обширная литература, детальный анализ которой дан в работах [Цытович, 1971; Галеев, Сагдеев, 1973; Кадомцев, 1976; Papadopoulos, 1977; Арцимович, Сагдеев, 1979; Липеровский, Пудовкин, 1983]. Тем не менее ввиду чрезвычайной важности этого вопроса в проблеме магнитного пересоединения мы повторим вкратце основные сведения относительно природы аномального сопротивления, условий и закономерностей его развития.

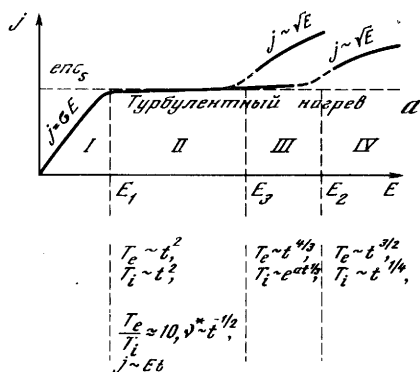


Рис. 3.6. Зависимость плотности тока в разреженной плазме от электрического поля [Липеровский, Пудовкин, 1983]

Прежде всего напомним, в чем состоит явление аномального сопротивления. Для этого обратимся к рис. 3.6, на котором представлена предполагаемая современными теоретическими моделями и в основных чертах подтвержденная экспериментом зависимость плотности тока в плазме (в отсутствие внешнего магнитного поля) от интенсивности приложенного электрического поля. Как видно из рисунка, в ходе кривой  $j(E)$  можно выделить по крайней мере три интервала, соответствующие существенно различным формам закона Ома.

I. Область слабых электрических полей  $E < E_1$  ( $E_1 \approx \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \frac{e}{\lambda_D} \ln \Lambda$ , где  $\lambda_D$  — дебаевский радиус;  $\ln \Lambda$  — кулоновский логарифм; остальные обозначения стандартные).

В этом диапазоне электрических полей силы Кулона, ускоряющие электроны, уравновешиваются силой трения и закон Ома имеет обычную форму  $j = (ne^2/m_e \nu)E$ , где  $\nu$  — частота парных (кулоновских) столкновений электронов с ионами.

II. При достижении токовой скорости электронов критических значений порядка скорости ионного звука  $v_{e,кр} \approx c_s = [(T_e^* + T_i^*)/m_i]^{1/2}$  ( $T^*$  — температура частиц в энергетических единицах) в плазме развивается интенсивная плазменная турбулентность. При этом энергия, приобретаемая электронами при их движении в поле  $E$ , тратится

ся в ходе их взаимодействия с волнами, в результате чего плотность тока почти не зависит от электрического поля, так что на кривой  $j(E)$  образуется плато  $j = c_s n e$ . Существенное уменьшение плотности тока (до нескольких порядков величины) по сравнению с ее классическим значением эквивалентно соответствующему росту сопротивления плазмы, которое при учете специфической (некулоновской) природы взаимодействия частиц называют аномальным.

III и IV. При дальнейшем увеличении поля  $E$  свыше некоторого предела  $E_2$  или  $E_3$ , абсолютная величина которого зависит от конкретного механизма рассеяния и распада волн, плотность тока начинает вновь увеличиваться с ростом поля  $E$ , но уже значительно медленнее, чем на участке I:  $j \sim E^{1/2}$  [Завойский, Рудаков, 1967] или даже  $j \sim E^{1/3}$  [Галеев, Сагдеев, 1973].

Рассмотрим теперь вкратце физический механизм развития аномального сопротивления.

При анализе особенностей взаимодействия волн с нагретой и неравновесной плазмой МГД-приближение, используемое обычно при исследовании распространения электромагнитных волн в плазме, оказывается недостаточным и следует пользоваться ее кинетическим описанием (см., например, [Кадоццев, 1976]). Основными уравнениями в этом случае являются уравнения Максвелла:

$$\operatorname{rot} \mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (3.15)$$

где

$$\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + 4\pi \mathbf{j},$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -(1/c) \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (3.16)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad (3.17)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = 4\pi \rho_e, \quad (3.18)$$

$$\rho_e = \sum_{\alpha} e_{\alpha} \int f(v) dv, \quad \mathbf{j} = \sum_{\alpha} e_{\alpha} \int \mathbf{v} f(v) dv; \quad (3.19)$$

уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j} = 0 \quad (3.20)$$

и кинетическое уравнение

$$\frac{\partial f_{\alpha}(v)}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) f_{\alpha}(v) + \frac{e_{\alpha}}{m_{\alpha}} \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}] \right) \frac{\partial f_{\alpha}(v)}{\partial v}. \quad (3.21)$$

В последнем уравнении  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{B}$  — самосогласованные поля, учитывающие собственные электрическое и магнитное поля, возникающие в плазме в результате движения и разделения образующих ее частиц.

Для плоских монохроматических волн вида  $\exp[-i(\omega t - kx)]$  уравнения Максвелла (3.15) и (3.16) принимают вид

$$[\mathbf{k} \times \mathbf{B}] = -(\omega/c) \mathbf{D} = -(\omega/c) \hat{\epsilon} \mathbf{E}, \quad (3.22)$$

где

$$\hat{\epsilon} = 1 + i(4\pi/\omega)\sigma \quad (3.23)$$

есть комплексная диэлектрическая проницаемость плазмы;

$$[\mathbf{k} \times \mathbf{E}] = (\omega/c) \mathbf{B}. \quad (3.24)$$

Уравнение (3.17) при этом удовлетворяется автоматически.

Подставляя  $\mathbf{B}$  из уравнения (3.24) в (3.22), имеем

$$k^2 \mathbf{E} - \mathbf{k}(\mathbf{k} \cdot \mathbf{E}) - (\omega^2/c^2) \hat{\epsilon} \mathbf{E} = 0. \quad (3.25)$$

Проектируя векторное уравнение (3.25) на оси координат, получаем систему трех однородных алгебраических уравнений, ненулевое решение которой существует лишь

при условии, что детерминант этой системы равен нулю:

$$\text{Det} \| k^2 \delta_{\alpha\beta} - k_\alpha k_\beta - (\omega^2/c^2) \epsilon_{\alpha\beta} \| = 0. \quad (3.26)$$

Это уравнение, связывающее между собой частоту волны с компонентами волнового вектора и тем самым содержащее в себе в неявном виде закон дисперсии волн  $\omega = \omega(\mathbf{k})$ , называется дисперсионным уравнением; исследуя его, можно получить сведения относительно условий существования, особенностей распространения и временной эволюции тех или иных волн в плазме.

Нетрудно видеть, что в случае продольных волн ( $\mathbf{E} \parallel \mathbf{k}$ ) типа рассматриваемых ниже ионно-звуковых и ленгмюровских это уравнение упрощается:  $\hat{\epsilon}_{\parallel} = 0$ .

В случае поперечных волн ( $\mathbf{E} \perp \mathbf{k}$ ) уравнение (3.26) имеет вид

$$\omega^2/k^2 = u_{\Phi}^2 = c^2/\hat{\epsilon}_{\perp}.$$

*Затухание Ландау. Неустойчивость плазмы по отношению к раскачке ленгмюровских и ионно-звуковых волн.* Используем описанную выше методику для анализа условий возбуждения в плазме конкретных видов волн.

Начнем с простейшего случая высокочастотных ленгмюровских волн в отсутствие внешнего магнитного поля:  $\omega > \Pi_e$ , где  $\Pi_e = \sqrt{\frac{4\pi n e^2}{m_e}}$  — электронная плазменная частота.

В этом случае относительно тяжелые ионы можно считать неподвижными и ограничиться рассмотрением движения одних лишь электронов.

Итак, допустим, что распространяющаяся в плазме вдоль оси  $X$  высокочастотная электростатическая волна имеет частоту  $\omega$  и волновое число  $k$ ; электрическое поле в такой волне описывается потенциалом  $\varphi_1 = \tilde{\varphi} \exp[-i(\omega t - kx)]$ . Линеализируя кинетическое уравнение, представим функцию распределения электронов по скоростям в форме

$$f_e(v) = f_0(v) + f_1(v), \quad (3.27)$$

где  $|f_1| \ll f_0$ . Подставляя (3.27) в (3.21), полагая невозмущенную функцию распределения  $f_0$  однородной в пространстве и постоянной во времени и пренебрегая членами второго порядка малости, имеем

$$f_1(v) = \frac{k}{\omega - kv} \frac{e}{m_e} \frac{\partial f_0(v)}{\partial v} \varphi_1. \quad (3.28)$$

Выражение (3.28) позволяет в явном виде рассчитать возмущение электронной концентрации и соответственно плотности электростатического заряда, связанное с прохождением волны (выражение (3.19)). Подставляя полученное таким образом значение  $\rho_e$  в уравнение Пауссона (3.18), получаем дисперсионное уравнение

$$1 + \frac{4\pi e^2}{m_e k} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\partial f_0/\partial v)}{\omega - kv} dv = 0, \quad (3.29)$$

эквивалентное в соответствии с (3.26а) обращению в нуль диэлектрической проницаемости плазмы

$$\hat{\epsilon}_{\parallel} = 1 + \frac{4\pi e^2}{m_e k} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\partial f_0/\partial v)}{\omega - kv} dv. \quad (3.30)$$

Из выражения (3.30) видно, что величина  $\hat{\epsilon}_{\parallel}$  имеет особенность в точке  $\omega = kv$ , и, прежде чем решать дисперсионное уравнение (3.29), необходимо указать способ устранения этой особенности. Соответствующий анализ был выполнен Л.Д. Ландау [1946]. В более упрощенной, но, как нам кажется, физически более наглядной форме этот

анализ был представлен В.Д. Шафрановым [1963], результатами которого мы и воспользуемся.

Суть предложенного Шафрановым метода состоит в том, что в правую часть кинетического уравнения (3.21) вводится очень малый по величине, но все же ненулевой столкновительный член  $(\partial f_1/\partial t)_{CT} = -\nu f_1$ ,  $\nu \rightarrow 0$ . В этом случае, как нетрудно видеть, возмущение функции распределения электронов

$$f_1(v) = \frac{k}{\omega - kv + i\nu} \frac{e}{m_e} \frac{\partial f_0}{\partial v} \varphi_1, \quad (3.31)$$

откуда

$$\hat{\epsilon}_{\parallel} = 1 + \frac{4\pi e^2}{m_e k} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial f_0/\partial v}{\omega - kv + i\nu} dv. \quad (3.32)$$

Разделяя вещественную и мнимую части в (3.32), находим

$$\hat{\epsilon}_{\parallel} = 1 + \frac{4\pi e^2}{m_e k} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\omega - kv)\partial f_0/\partial v}{(\omega - kv)^2 + \nu^2} dv - i \frac{4\pi e^2}{m_e k} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\nu \partial f_0/\partial v}{(\omega - kv)^2 + \nu^2} dv. \quad (3.33)$$

Нетрудно видеть, что первый интеграл в правой части (3.33) представляет собой главное значение интеграла  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial f_0/\partial v}{\omega - kv} dv$ . Что касается второго интеграла в правой части (3.33), то входящий в подинтегральную функцию множитель  $\frac{\nu}{(\omega - kv)^2 + \nu^2}$  при  $\nu \rightarrow 0$  мал всюду, за исключением непосредственных окрестностей точки  $\omega = kv$ , так что

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\nu \partial f_0/\partial v}{(\omega - kv)^2 + \nu^2} dv = \left( \frac{\partial f_0}{\partial v} \right)_{\omega = kv} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\nu}{(\omega - kv)^2 + \nu^2} dv = \frac{\pi}{|k|} \left( \frac{\partial f_0}{\partial v} \right)_{\omega = kv}.$$

Таким образом, равенство (3.33) сводится к

$$\hat{\epsilon}_{\parallel}|_{\nu \rightarrow 0} = 1 + \frac{4\pi e^2}{m_e k} \text{VP} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial f_0/\partial v}{\omega - kv} dv - i \frac{4\pi e^2}{m_e k} \frac{\pi}{|k|} \left( \frac{\partial f_0}{\partial v} \right)_{\omega = kv}. \quad (3.34)$$

Наличие мнимой части в величине  $\hat{\epsilon}_{\parallel}$  означает затухание (или раскачку) волны при ее прохождении через плазму. В самом деле, учитывая, что величина комплексной диэлектрической проницаемости плазмы связана с ее проводимостью соотношением (3.23), находим из (3.34)

$$\hat{\sigma} = -\frac{\omega e^2}{m_e k} \frac{\pi}{|k|} \left( \frac{\partial f_0}{\partial v} \right)_{\omega = kv} - i \frac{\omega e^2}{m_e k} \text{VP} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial f_0/\partial v}{v - kv} dv, \quad (3.35)$$

Энергия, поглощаемая плазмой [Ландау, Лифшиц, 1957],

$$Q = \frac{1}{2} \text{Re}(\hat{\sigma}) E_0^2, \quad (3.36)$$

где  $E_0$  — амплитуда колебаний электрического поля в волне, что при учете (3.35) дает

$$Q = -\frac{1}{2} \frac{\omega e^2}{m_e k} \frac{\pi}{|k|} \left( \frac{\partial f_0}{\partial v} \right)_{\omega = kv} E_0^2. \quad (3.37)$$

Из выражения (3.37) видно следующее:

1) даже в полностью бесстолкновительной (в смысле кулоновских столкновений) плазме может иметь место эффективный обмен энергией между плазмой и проходящей через нее волной, так называемое затухание Ландау (в случае  $Q > 0$ );

2) знак  $Q$  зависит от характера функции распределения частиц по скоростям: при

$(\partial f_0/\partial v)_{\omega=kv} < 0$  (что, например, имеет место в обычной максвелловской плазме) плазма поглощает энергию волны; при  $(\partial f_0/\partial v)_{\omega=kv} > 0$  энергия, поглощаемая плазмой, отрицательна, т. е. плазма отдает свою энергию волне, амплитуда которой соответственно возрастает.

Оценим величину  $\gamma$  декремента затухания (инкремента нарастания) ленгмюровской волны в плазме. Для этого запишем уравнение баланса энергии

$$\partial W_s/\partial t + Q(t) = 0, \quad (3.38)$$

где  $W_s$  — энергия волны, в случае продольной электростатической волны  $W_s = \omega \frac{\partial \epsilon_{\parallel}}{\partial \omega} \left\langle \frac{E^2}{8\pi} \right\rangle$  [Арцимович, Сагдеев, 1979]. Принимая для ленгмюровской волны  $\hat{\epsilon}_{\parallel} \approx 1 - \Pi_e^2/\omega^2$ , находим, что  $W_s|_{\omega \approx \Pi_e} \approx E_0^2/8\pi$ , где  $E_0$  — амплитуда волны. Подставляя полученное выражение для энергии волны в уравнение (3.38), находим

$$E_0 = E_0(t=0)e^{\gamma t},$$

$$\gamma = 2\pi \operatorname{Re}(\hat{\sigma}) = \frac{2\pi\omega e^2}{m_e k} \frac{\pi}{|k|} \left( \frac{\partial f_0}{\partial v} \right)_{\omega=kv}. \quad (3.39)$$

Выражение (3.39) еще раз иллюстрирует тот факт, что раскачка волн в плазме ( $\gamma > 0$ ) возможна лишь в том случае, когда  $(\partial f_0/\partial v)_{\omega=kv} > 0$ , т. е. плазма заведомо является неравновесной. Отклонение функции распределения частиц в плазме от максвелловской может быть обусловлено самыми разными причинами; нас же в связи с проблемой пересоединения интересуют прежде всего неустойчивости, связанные с протеканием в плазме достаточно сильных электрических токов. И в этом смысле рассмотренная нами только что ленгмюровская неустойчивость оказывается, к сожалению, совершенно бесперспективной. В самом деле, при наличии электрического тока в плазме функция распределения электронов в лабораторной системе отсчета близка к максвелловской, сдвинутой на величину дрейфовой (токовой) скорости  $u_j = -j/ne$ , т. е. в функции распределения, казалось бы, имеет место искомый "горб", обеспечивающий раскачку ленгмюровской волны. Следует, однако, напомнить, что высокочастотная ленгмюровская волна распространяется в электронном газе, и, если последний дрейфует со скоростью  $u_j$ , волна сносится вместе с ним, так что в лабораторной системе отсчета ее скорость  $u = u_{\phi} + u_j$ , где  $u_{\phi}$  — фазовая скорость. При этом в области  $v = \omega/k + u_j$  функция  $f_0(v)$  монотонно убывает, т. е. условия раскачки волны не выполняются. Таким образом, генерация ленгмюровских волн в плазме электрическим током оказывается невозможной; для их возбуждения необходимо существование пучка быстрых электронов, движущихся относительно электронов фоновой плазмы.

Значительно более "удобными" для возбуждения электрическим током являются ионно-звуковые волны. Ионный звук представляет собой низкочастотную ветвь плазменных волн в термической плазме; в колебаниях, связанных с волной, участвуют не только электроны, но и ионы; при этом скорость ионного звука  $c_s = [(T_e^* + T_i^*)/m_i]^{1/2}$  [Франк-Каменецкий, 1964], причем, что очень существенно, эта скорость дана в системе отсчета, связанной с ионами. Если плазма является изотермической ( $T_e \approx T_i$ ), то скорость ионного звука близка к тепловой скорости ионов, вследствие чего волна быстро затухает; если же  $T_e \gg T_i$ , то  $c_s \approx \sqrt{T_e^*/m_i} = v_{Te} \sqrt{m_e/m_i}$ , при этом скорость волны в  $\sqrt{m_i/m_e}$  раз меньше тепловой скорости электронов и в то же время в  $\sqrt{T_e/T_i}$  раз больше тепловой скорости ионов. В этом случае волна затухает слабо, в связи с чем ионный звук чаще всего рассматривается именно в такой неизотермической плазме ( $T_e \gg T_i$ ).

Рассматривая условия возбуждения ионно-звуковых волн в плазме с током, допустим, как и ранее, что плазма состоит из относительно холодных ионов и горячих электронов с функцией распределения, близкой к максвелловской, смещенной на вели-

чину токовой скорости электронов  $u_j$ . В этом случае

$$\frac{\partial f_0}{\partial v} = - \frac{m_e (v - u_j)}{T_e^*} f_0. \quad (3.40)$$

Поскольку раскачка волн в данном случае происходит, как и в только что рассмотренном случае ленгмюровской волны, в результате ее взаимодействия с резонансными электронами, равенство (3.39) остается справедливым.

Подставляя равенство (3.40) в (3.39), находим инкремент раскачки ионно-звуковой волны [Кадоццев, 1976]:

$$\gamma = \frac{\omega^3}{k^2 c_s^2} \sqrt{\frac{\pi m_e}{8 T_e^*}} (u_j \cos \theta - c_s),$$

где  $\theta$  — угол между направлением тока и волновым вектором  $k$ . Последнее равенство показывает, что для раскачки ионно-звуковых волн необходимо, чтобы токовая скорость электронов была больше скорости ионного звука  $c_s$ .

Частота, на которой развивается ионно-звуковая неустойчивость, близка к ионной плазменной частоте  $\Pi_i$ , и, если токовая скорость достаточно велика,

$$\gamma \approx \Pi_i u_j \cos \theta / v_{Te}. \quad (3.41)$$

Волновое число, на котором инкремент нарастания волны достигает максимума,  $k = \omega/c_s \approx \Pi_i/c_s = 1/\lambda_D$ .

Развивающаяся таким образом ионно-звуковая турбулентность играет фундаментальную роль в физике аномального сопротивления.

При дальнейшем увеличении токовой скорости электронов может наблюдаться интересное явление: относительно медленные колебания ионов, наблюдающиеся на частоте  $\omega = \Pi_i$  в неподвижной системе отсчета, могут оказаться в системе отсчета, движущейся с электронами, и при учете доплеровского сдвига частоты в резонансе с высокочастотными колебаниями электронов:  $\omega - k u_j \approx \Pi_e$  [Арцимович, Сагдеев, 1979]. При этом инкремент нарастания волн резко увеличивается, достигая значения  $\Pi_j$ . Развивающаяся при этом неустойчивость носит наименование бьюнемановской [Buneman, 1959]. В то же время порог развития бьюнемановской неустойчивости оказывается, как видно из вышеизложенного, достаточно высоким:  $u_j > v_{Te}$ .

При наличии внешнего магнитного поля движение заряженных частиц существенно усложняется. В плазме появляются новые моды волн, наиболее существенными из которых применительно к рассматриваемой нами проблеме аномального сопротивления являются электростатические ионно-циклотронные волны. Дисперсионное уравнение, описывающее поведение этих волн, также оказывается достаточно сложным. В связи с этим ограничимся лишь констатацией некоторых основных фактов, характеризующих условия развития соответствующей неустойчивости (подробнее см. обзоры Л.А. Арцимовича и Р.З. Сагдеева [1979] и В.А. Липеровского и М.И. Пудовкина [1983]).

На рис. 3.7 показана зависимость критической скорости электронов (в единицах  $v_{Te}$ ), соответствующей началу развития ионно-звуковой (кривая 1) и ионно-циклотронной (мода Друммонда—Розенблюта, кривая 2) неустойчивостей, от величины отношения  $T_e/T_i$ . Как видно из рисунка, в случае  $T_e/T_i \gg 1$  порог развития ионно-звуковых волн заметно ниже порога раскачки ионно-циклотронных волн. Однако в более реалистическом случае  $T_e/T_i \approx 1$ , напротив, раскачка ионно-циклотронных волн требует заметно меньшей токовой скорости электронов, чем раскачка ионно-звуковых волн.

Частота генерируемых в результате неустойчивости волн близка к гирочастоте ионов  $\Omega_i$  (имеется в виду первая гармоника), увеличиваясь от  $\omega \approx 1,1 \Omega_i$  при  $T_i/T_e = 0,1$  до  $\omega \approx 1,6 \Omega_i$  при  $T_i/T_e = 3$ . Инкремент нарастания волн

$$\gamma \approx \Omega_i u_j / v_{Te}. \quad (3.42)$$

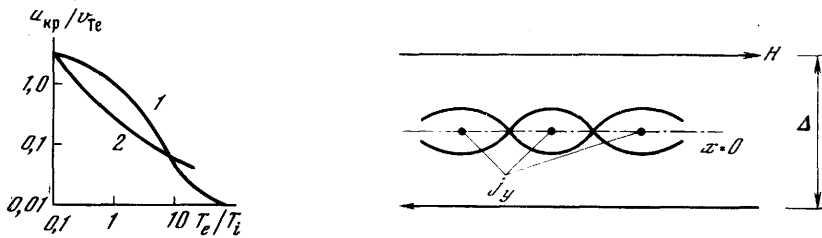


Рис. 3.7. Зависимость критической скорости электронов от величины  $T_e/T_i$  [Kindel, Kennel, 1971]  
 1 – ионно-звуковая неустойчивость; 2 – ионно-циклотронная неустойчивость

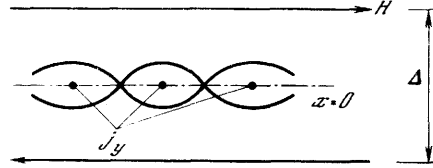


Рис. 3.8. К развитию неустойчивости тиринг-моды

Экспериментальные данные, полученные на спутнике S3-3 в авроральной магнитосфере на высотах порядка  $R_E$  [Mozer et al., 1979; Hudson et al., 1978; Cattell, 1981], убедительно свидетельствуют о том, что при наличии сильного внешнего магнитного поля и достаточно интенсивных продольных токов ионно-циклотронная турбулентность является одним из основных видов волновой турбулентности.

*Аномальное сопротивление и частота коллективных столкновений в турбулентной плазме.* Приведенный выше анализ условий раскачки волн в плазме с током выполнен в линейном приближении и потому ничего не может сказать об амплитуде волн, устанавливающейся при заданных условиях. Для решения этого вопроса необходимо рассмотреть нелинейные процессы в плазме, что, безусловно, выходит далеко за рамки нашего обзора, посвященного в основном описанию крупномасштабных процессов в плазме в МГД-приближении. Поэтому, не пытаясь рассчитать амплитуду волн в плазме, допустим, что она нам известна, например, из эксперимента, и оценим величину аномального сопротивления [Арцимович, Сагдеев, 1979]. Для этого воспользуемся следующими соображениями. Как мы уже говорили, раскачка волн происходит в результате их взаимодействия с резонансными частицами; при этом импульс, приобретаемый волной, соответственно теряется частицами. Импульс, переносимый волной,  $p = W_s k / \omega$ , где  $W_s$  – энергия волны [Жадомцев, 1976]. Если инкремент нарастания волны  $\gamma$ , то импульс, получаемый волной в единицу времени, равен  $\gamma W_s k / \omega$ . Приравняв эту величину импульсу, теряемому в единицу времени электронами,  $\Delta p_e = n_0 m_e u_j \nu^*$ , где  $\nu^*$  – частота коллективных столкновений, и полагая  $k \parallel j$ , получаем

$$\nu^* = \frac{1}{n_0 m_e u_j} \gamma W_s \frac{k}{\omega}.$$

Подставляя величину  $\gamma$  из (3.41) и принимая  $\omega/k = c_s$ , находим

$$\nu_{и.з}^* \approx \Pi_e W_s / n_0 T_e^*. \quad (3.43)$$

Аналогичное рассмотрение применительно к бьенемановской и ионно-циклотронной турбулентностям дает следующие выражения для эффективной частоты столкновений:

$$\nu_{б}^* \approx 1,2 \Pi_i, \quad (3.44)$$

$$\nu_{и.ц}^* \approx \Omega_i. \quad (3.45)$$

Напомним, что выражения (3.43)–(3.45) являются весьма грубыми (по максимуму) оценками частоты коллективных столкновений, и для расчета величины  $\nu^*$  в конкретной ситуации необходимо знать по крайней мере спектр турбулентности, т. е. распределение интенсивности волн  $W_s(k)$ .

Развитие аномального сопротивления в плазме приводит не только к существенному ограничению плотности токов; не менее существенным эффектом волновой турбулентности плазмы является быстрый разогрев образующих ее частиц, преимущественно электронов [Арцимович, Сагдеев, 1979]. В самом деле, при раскачке неустойчи-



восте на электроны плазмы действует сила трения

$$F_{\text{ТР}} = -\nu^* n_0 m_e u_j = -\gamma W_s k/\omega. \quad (3.46)$$

Работа этой силы затрачивается на нагрев электронов, т. е.

$$d(n_e T_e^*)/dt = F_{\text{ТР}} u_j = \gamma W_s u_j k/\omega. \quad (3.47)$$

В то же время энергия, получаемая волной от электронов, в стационарном режиме переходит в результате рассеяния волн на ионах в тепловую энергию последних, т. е.

$$d(n_i T_i^*)/dt = \gamma W_s. \quad (3.48)$$

Сопоставляя выражения (3.47) и (3.48), нетрудно видеть, что при  $n_i = n_e = n_0$

$$d T_e^*/dt = u_j k/\omega = u_j/u_\phi. \quad (3.49)$$

Как показано в работе [Арцимович, Сагдеев, 1979], выражение (3.49) носит универсальный характер, т. е. не зависит от спектра турбулентности и конкретного вида неустойчивости.

Поскольку для большинства неустойчивостей  $u_j \gg u_\phi$ , из выражения (3.49) следует, что электроны действительно греются много быстрее ионов.

Заканчивая раздел, приведем таблицу, суммирующую основные сведения об условиях и закономерностях развития различного вида неустойчивостей [Галеев, Сагдеев, 1973], дополнив ее сведениями относительно частоты коллективных столкновений  $\nu^*$ .

Характеристики разных типов неустойчивости плазмы с электрическим током

Тип неустойчивости	Порог неустойчивости	Частота	Инкремент нарастания	$\nu^*$
Бьюнемана	$u_j \geq \nu T_e$	$\sim \Pi_i$	$\sim \Pi_i$	$\sim \Pi_i$
Ионно-звуковая	$u_j > \sqrt{T_e^*/m_i}$	$\sim \Pi_i$	$\sim \Pi_i u_j/\nu T_e$	$\sim \Pi_i W_s/n T_e^*$
Электростатические моды*	$u_j < \nu T_i$	$\ll \Omega_e$	$\sim \sqrt{\Omega_i \Omega_e}$	-
Ионно-циклотронная	$u_j \geq \sqrt{T_i^*/m_i}$	$\sim \Omega_i$	$\sim \Omega_i u_j/\nu T_e$	$\sim \Omega_i$

\* Неустойчивости этого типа развиваются в токах, текущих поперек магнитного поля, в связи с чем величина  $\nu^*$  в них имеет иной, чем в остальных случаях, смысл и поэтому не приводится.

*Неустойчивость разрывной (тиринг) моды.* Как мы уже говорили, пересоединение силовых линий магнитного поля может инициироваться не только развитием аномального сопротивления, но также и раскачкой неустойчивости тиринг-моды, приводящей к радикальному изменению топологии магнитного поля в окрестностях токового слоя. Суть этого явления состоит в следующем.

Рассмотрим токовый слой, представленный на рис. 3.8. Токи, текущие в этом слое, создают магнитное поле, в результате чего в окрестностях слоя сосредоточено большое количество свободной энергии. Если допустить, что в некоторый момент произойдет разбиение тока на отдельные струи, то можно ожидать, что в областях между струями произойдет пересоединение силовых линий магнитного поля, начнется процесс аннигиляции магнитного поля и переход магнитной энергии в тепловую энергию плазмы, в результате чего система перейдет в более устойчивое состояние.

Процесс развития и условия раскачки разрывной неустойчивости подробно рассмотрены в книге Л.А. Арцимовича и Р.З. Сагдеева [1979], результатами которой мы и воспользуемся.

Рассмотрим токовый слой, безграничный в направлении  $Y$  и  $Z$ , с толщиной  $2\Delta$  вдоль оси  $X$ ; токи текут в направлении оси  $Y$ . Магнитное поле, направленное вдоль оси  $Z$ , равно нулю в центре слоя ( $x=0$ ) и растет в обе стороны от плоскости  $x=0$  до  $\pm B_m$  с харак-

терным масштабом  $\Delta$ . Давление плазмы  $p$ , уравновешивающее давление магнитного поля в стационарном состоянии, достигает максимальных значений в плоскости  $x = 0$ . Плазма предполагается несжимаемой.

Рассматривая неустойчивость такой конфигурации по отношению к развитию тиринг-моды, допустим, что возмущение скорости плазмы  $u$ , магнитного  $B_1$  и электрического  $E_1$  полей имеет форму  $\varphi(x) \exp[-i(\omega t - kz)]$ ; электрические токи и поля возмущения направлены вдоль оси  $Y$ . При этом основные уравнения магнитной гидродинамики (П.1) – (П.5) принимают следующий вид.

Уравнение движения в проекции на оси координат:

$$-i \omega \rho u_x = -dp/dx + (1/c) j_y (B_{0z} + B_{1z}), \quad (3.50)$$

$$-i \omega \rho u_z = -ikp - (1/c) j_y B_{1x};$$

Уравнение неразрывности:

$$iku_z + du_x/dx = 0; \quad (3.51)$$

уравнение Максвелла:

$$ik B_{1x} - \partial B_z / \partial x = (4\pi/c) j_y; \quad (3.52a)$$

$$\partial B_{1x} / \partial x + ik B_z = 0. \quad (3.52b)$$

$$E_{1y} = (\omega/c k) B_{1x}. \quad (3.52b)$$

Комбинируя выражения (3.50) и (3.51), пренебрегая членами второго порядка малости, получим

$$-i \omega \rho u_x = \frac{1}{c} j_y B_0 + i \frac{1}{ck} \frac{dj_0}{dx} B_{1x} - i \frac{\omega}{k^2} \frac{d^2 u_x}{dx^2}. \quad (3.53)$$

Из выражения (3.53) видно, что источником возмущения является второе слагаемое в правой части, пропорциональное пересоединившемуся магнитному полю  $B_{1x}$ . Но в бесконечно проводящей среде силовые линии рваться не могут и  $B_{1x} = 0$ . Отсюда непосредственно следует, что для развития тиринг-неустойчивости необходим учет конечной проводимости плазмы, хотя бы локальным образом в области разрыва силовых линий магнитного поля. Однако решение системы МГД-уравнений является чрезвычайно сложной задачей, поэтому при анализе соответствующих уравнений, как это было сделано нами в разд. 3.1, используется то обстоятельство, что диссипативные процессы важны не во всем пространстве, а лишь в весьма ограниченных областях в непосредственной окрестности особых точек; вне диффузионной области можно пользоваться уравнениями идеальной магнитной гидродинамики.

Размеры диффузионной области можно оценить следующим образом. Обратимся к равенству (3.53). Прежде всего заметим, что скорость нарастания тиринг-неустойчивости относительно мала (будет показано ниже), так что левая часть этого уравнения мала по сравнению с первым и третьим членами в правой его части. Примем во внимание, что  $(dj_0/dx)_{x=0} = 0$ , в связи с чем можно пренебречь вторым членом в правой части, и, наконец, заменяя величину второй производной  $d^2 u_x / dx^2$  ее средним значением  $(u_x / \delta^2)$ , получаем

$$\frac{1}{c} |j_y| B_0 \approx \frac{|\omega|}{k^2} \rho \frac{|u_x|}{\delta^2}. \quad (3.54)$$

На границе диффузионной области, где, собственно, и производится стыковка точных и упрощенных МГД-уравнений,  $|j_y| \approx \sigma |u_x| B_0 / c$  и  $B_0 \approx B_m \delta / \Delta$ . Подставляя полученные оценки  $j_y$  и  $B_0$  в (3.54), находим

$$\delta = |\omega|^{1/4} c^{1/2} \Delta^{1/2} \rho^{1/4} / k^{1/2} \sigma^{1/4} B_m^{1/2}. \quad (3.55)$$

Рассмотрим теперь баланс энергии в токовом слое. Для этого воспользуемся урав-

нением Максвелла (3.52а), придав ему с помощью (3.52б) вид

$$ik \left( B_{1x} - \frac{1}{k^2} \frac{\partial^2 B_{1x}}{\partial x^2} \right) = \frac{4\pi}{c} j_y. \quad (3.56)$$

Плотность тока, входящая в правую часть (3.56), определяется различным образом в зависимости от того, в диффузионной области или вне ее находится рассматриваемая точка. В первом случае действителен обычный закон Ома:  $j_y = \sigma E_y$ ; в недиффузионной области ток  $j_y$  можно найти из (3.53), пренебрегая инерционными членами,

содержащими величину  $\omega$ :  $j_y = -i \frac{dj_0}{dx} \frac{B_{1x}}{kB_0}$ . При этом равенство (3.5) имеет вид

$$ik \left( B_{1x} - \frac{1}{k^2} \frac{\partial^2 B_{1x}}{\partial x^2} \right) = \begin{cases} \frac{4\pi\sigma}{c} E_y \text{ в диффузионной области } (S_{\text{диф}}), \\ -i \frac{4\pi}{c} \frac{dj_0}{dx} \frac{B_{1x}}{kB_0} \text{ вне диффузионной области, т. е. в} \\ \text{конвективной области } (S_{\text{конв}}). \end{cases} \quad (3.57)$$

Умножим уравнения (3.57) на  $E_y$ , проинтегрируем их по области их применимости и сложим. В результате имеем

$$ik \int_{S_{\text{диф}} + S_{\text{конв}}} B_{1x} E_y dS - \frac{i}{k} \int_{S_{\text{диф}} + S_{\text{конв}}} \frac{\partial^2 B_{1x}}{\partial x^2} E_y dS = \\ = \frac{4\pi}{c} \int_{S_{\text{диф}} + S_{\text{конв}}} j_y E_y dS = \frac{4\pi\sigma}{c} \int_{S_{\text{диф}}} E_y^2 dS - i \frac{4\pi}{ck} \int_{S_{\text{конв}}} \left( \frac{dj_0}{dx} \right) \frac{B_{1x} E_y}{kB_0} dS. \quad (3.58)$$

К сожалению, анализ равенства (3.58) оказывается весьма сложным. Поэтому, не вдаваясь в подробности этого анализа, примем к сведению утверждение, что в интересующем нас случае оба члена в левой части (3.58) малы по сравнению с каждым из членов в правой его части [Арцимович, Сагдеев, 1979]. Тогда уравнение (3.58) примет вид

$$\int_{S_{\text{диф}}} \sigma E_y^2 dS - \frac{i}{k} \int_{S_{\text{конв}}} \left( \frac{dj_0}{dx} \right) \frac{B_{1x} E_y}{kB_0} dS = 0, \quad (3.58a)$$

откуда следует, что энергия магнитного возмущения, связанного с развитием неустойчивости находится в строгом балансе с джоулевой диссипацией в диффузионной области и при отсутствии последней развитие неустойчивости оказывается невозможным.

Полагая  $B_0 \approx (4\pi/c) j_0 \Delta$ , перепишем (3.58a) в форме

$$\frac{1}{k\Delta} |B_{1x}| |E_y| \approx \frac{4\pi\sigma}{c} |E_y|^2 \delta, \quad (3.59)$$

откуда при учете равенства (3.52в) имеем

$$\delta = \frac{1}{\Delta} \frac{c}{4\pi\sigma} \frac{c}{|\omega|}. \quad (3.60)$$

Приравнявая полученные таким образом оценки величины  $\delta$  и (3.60) и (3.55) друг другу, находим величину  $|\omega|$ :

$$|\omega| = c^{6/5} k^{2/5} B_m^{2/5} / \sigma^{3/5} \Delta^{6/5} \rho^{1/5}. \quad (3.61)$$

В книге [Михайловский, 1976] показано, что  $\omega$  является чисто мнимым числом, т. е.  $|\omega|$  представляет собой инкремент нарастания неустойчивости.

Последнее выражение еще раз свидетельствует о том, что в идеально проводящей

среде ( $\sigma \rightarrow \infty$ ) развитие тиринг-неустойчивости невозможно. В связи с этим можно полагать, что развитие аномального сопротивления в токовом слое, понижающее, как мы видели, проводимость плазмы на несколько порядков, должно способствовать также и развитию неустойчивости тиринг-моды.

### 3.3. ЛАБОРАТОРНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

В последние годы процесс пересоединения магнитных силовых линий интенсивно изучался не только теоретически, но также на основе лабораторного и численного экспериментов.

Прежде чем переходить к изложению основных результатов, сделаем следующее замечание. Моделирование какого-либо процесса основано на принципе подобия. Условия лабораторного или численного эксперимента подбираются таким образом, чтобы сохранить основные безразмерные параметры, характеризующие данный процесс. При моделировании космических явлений это, как правило, невозможно: характерные расстояния столь велики, а условия в космической плазме столь экстремальны, что полностью воспроизвести в лаборатории их не представляется возможным. Поэтому используют принцип ограниченного подобия [Подгорный, Сагдеев, 1969]: стараются сохранить хотя бы соотношения между основными параметрами. Скажем, вместо обычно выполняемого условия в космосе  $Re_m \gg 1$  обеспечивают условие  $Re_m > 1$ . Поэтому то, что получается в лаборатории, не является точной копией космического явления, но, как полагают, похоже на него. При интерпретации процессов в космосе на основе моделирования неизбежна далекая и не всегда правомерная экстраполяция. Вместе с тем очевидная недостаточность аналитических результатов по многим ключевым вопросам: условия существования решений, смены режимов токового слоя, начала пересоединения и т. п. — делает моделирование совершенно необходимым. Каждый подход обладает своими достоинствами и недостатками, поэтому необходимо комплексное изучение проблемы.

Из большого числа разнообразных лабораторных экспериментов, посвященных проблеме пересоединения, остановимся на следующих трех: группы А.Г. Франк (ФИАН СССР), группы А. Братенала и П.И. Баума (Калифорнийский университет, США) и группы Р.Л. Стензеля и В. Гекельмана (Калифорнийский университет, США). Эти исследователи получили, как нам кажется, наиболее полные опытные данные о процессе пересоединения.

*Эксперимент группы А.Г. Франк* [Франк, 1974, 1982; Кирий и др., 1979; Богданов и др., 1980, 1982].

Лабораторные эксперименты в ФИАНе были начаты по инициативе С.И. Сыроватского для проверки разрабатываемой им концепции солнечной вспышки. Схема установки показана на рис. 3.9, а. Внутри вакуумной камеры диаметром 9 см при помощи токонесущих медных шин создавалось квадрупольное магнитное поле с нейтральной Х-линией вдоль оси камеры. Градиент магнитного поля мог меняться в пределах 0,5–2,5 кЭ/см. Плазма создавалась с помощью предварительной ионизации нейтрального газа (гелия или аргона). Начальная концентрация электронов составляла  $10^{14} - 10^{15} \text{ см}^{-3}$ , давление  $10^{-3} - 4 \cdot 10^{-2}$  торр,  $\beta = 8\pi p_0/B_0^2 = 5 \cdot 10^{-2}$ ,  $T_e \approx 5$  эВ. Токовый слой формировался под действием импульсного электрического поля напряженностью до 500 В/см, направленного вдоль нулевой линии. Магнитное число Рейнольдса, рассчитанное по скорости электрического дрейфа, проводимости  $\sigma = 2 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$  и размеру  $L = 9$  см,  $Re_m \approx 50$ . После включения электрического поля возмущения магнитного поля наблюдались сначала только в периферийных участках камеры. Затем эти возмущения распространялись к Х-линии со скоростью, равной локальной альфвеновской скорости. Такое поведение магнитного поля соответствует схождению к нулевой линии быстрой магнитозвуковой волны (см. рис. 3.1). Через 0,3 мкс, когда волна достигала Х-линии, начал формироваться токовый слой. На рис. 3.9, б приведены градиенты плотности тока в слое  $J_z(y)$  и  $H_x(y)$ . Из графиков видно, что область протекания тока имеет

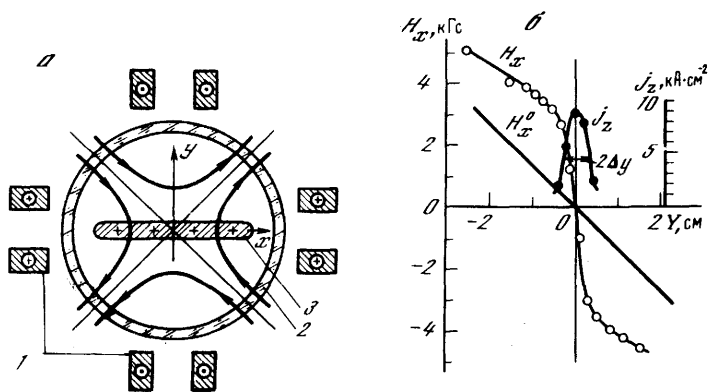


Рис. 3.9. Лабораторные эксперименты группы А.Г. Франк [Богданов и др., 1980]

*a* — схема экспериментальной установки (1 — проводники с током, создающие двумерное магнитное поле с нулевой линией (силовые линии магнитного поля показаны стрелками, 2 — стеклянная вакуумная камера, 3 — токовый слой); *б* — пространственное распределение тангенциальной к слою компоненты магнитного поля  $H_x$  и плотности тока  $j_z$  в зависимости от координаты  $y$  в момент времени  $t = 1,2$  мкс (полный ток в слое  $I_z = 45$  кА, начальный градиент магнитного поля  $h = 1,33$  кГс  $\cdot$  см $^{-1}$  линия  $H_x^0$  характеризует начальное магнитное поле)

форму слоя с размерами  $2 \Delta y \approx 6$  мм, при этом  $2 \Delta x \approx 60$  мм, т. е. ширина токового слоя превышает толщину в 10 раз. Возможности установки позволили довести это отношение до 15. Плотность тока в слое была максимальна в окрестности нулевой линии и достигала  $10^4$  А/см $^2$ . Тангенциальная к слою  $H_x$ -компонента магнитного поля возрастала, а нормальная компонента  $H_y$  убывала по сравнению с исходным гиперболическим магнитным полем, т. е. вблизи токового слоя в магнитном поле была запасена значительная энергия.

Эксперименты показали, что способность токового слоя накапливать магнитную энергию зависит от следующих параметров. Прежде всего от магнитного числа Рейнольдса. (В тех опытах, где проводимость плазмы уменьшалась из-за развития мелко-масштабной турбулентности, значительного запаса магнитной энергии в окрестности токового слоя не наблюдалось). Кроме того, от значения числа Маха—Альфвена  $M_a$ : оно должно быть малым, т. е. приложенное электрическое поле не должно быть слишком большим. Если  $M_a$  превышало некоторый предел, то вместо токового слоя было зарегистрировано образование плазменных конфигураций, являющихся промежуточными между плоским слоем и цилиндрическим пинчем.

Развитие тиринг-неустойчивости в этих экспериментах не было обнаружено, хотя согласно линейной теории она должна была развиваться за времена существенно меньшие, чем время стабильного существования токового слоя.

Собственно процесс пересоединения был зарегистрирован в том случае, когда начальный градиент магнитного поля был увеличен до 2 кЭ/см. На рис. 3.10 приведены осциллограммы нормальной к слою  $H_y$ -компоненты магнитного поля, полученные в разных точках  $x$  вдоль слоя. Сначала  $H_y$  уменьшалась, что соответствует формированию токового слоя, затем в центре слоя  $H_y$ -компонента резко возрастала, и потом возмущение двигалось к периферии вдоль токового слоя со скоростью  $6 \cdot 10^6$  см/с. Непосредственно перед пересоединением распределение плотности имело резкие градиенты по  $y$  с максимумом плотности в центре слоя. Альфвеновская скорость над слоем, рассчитанная по концентрации на периферии слоя  $n = 10^{15}$  см $^{-3}$ , равна  $6,4 \cdot 10^6$  см/с, что примерно совпадает со скоростью движения возмущения. Оказалось также, что в течение всего времени развития пересоединения полный ток в слое оставался неизменным, хотя и происходило перераспределение плотности тока вдоль токового слоя.

Непосредственно перед пересоединением наблюдалось общее понижение концентрации электронов в слое, появление неоднородностей концентрации вдоль слоя и изме-

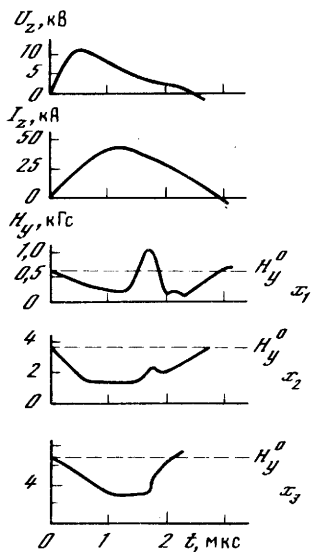
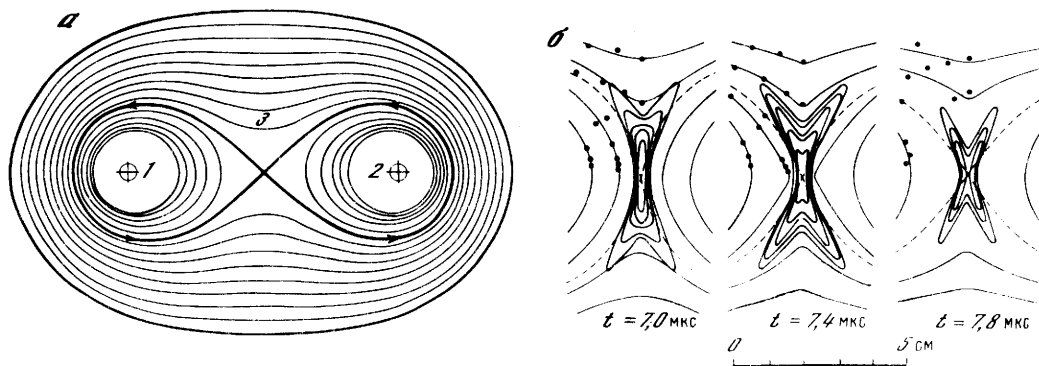


Рис. 3.10. Осциллограммы напряжения  $U_z$  на плазменном промежутке, полного тока плазмы  $I_z$  и нормальной к слою  $H_y$ -компоненты в трех точках, смещенных относительно друг друга вдоль оси  $X$ :  $x_1 = 0,3$  см;  $x_2 = 1,9$  см;  $x_3 = 3,3$  см [Богданов и др., 1980]

Условия эксперимента: начальный градиент магнитного поля  $h = 2$  кГс  $\cdot$  с $^{-1}$ , плазма создавалась в аргоне при давлении  $p = 10^{-2}$  торр,  $E_z^0 = 250$  В  $\cdot$  см $^{-1}$

Рис. 3.11. Лабораторные эксперименты DIPD [Baum, Bratenahl, 1977]

*а* — схема опыта по двойному обратному пинчу (сплошные линии — магнитные силовые линии; жирная линия в виде восьмерки — сепаратор, разделяющий магнитные потоки разных типов); *б* — контуры плотности тока, наложенные на картину магнитных силовых линий, в моменты времени 7,0; 7,4 и 7,8 мкс



нение формы слоя. Эти данные, по-видимому, свидетельствуют о том, что пересоединение вызывается развитием аномального сопротивления локально, вблизи нулевой линии.

Эксперимент группы А. Братенала и П.И. Баума [Baum, Bratenahl, 1974, 1977]. Схема опыта DIPD (двойной обратный пинч) показана на рис. 3.11. В этих экспериментах  $X$ -линия создавалась при помощи двух проводов, по которым пропускался ток одинакового направления. Стороннее электрическое поле вдоль  $X$ -линии не прикладывалось, но создавалось вихревое электрическое поле, обусловленное быстрым нарастанием тока в проводах. Поэтому с принципиальной точки зрения ситуация не отличается от экспериментов А.Г. Франк и др.: вдоль  $X$ -линии сильного магнитного поля приложено электрическое (в данном случае вихревое) поле. Параметры установки DIPD: расстояние между проводами 10 см, давление газа 165 мторр, концентрация электронов  $n_e \approx 5 \cdot 10^{14}$  см $^{-3}$ , магнитное поле 1 кГс, рабочий газ — аргон.

В начальные моменты времени на фотографиях плазмы, снятых со стороны верхнего электрода, видны два круговых фронта, расходящиеся от токопроводов. По-видимому, светятся фронты быстрых магнитозвуковых (или ударных) волн. После столкновения фронтов на оси системы начинает формироваться токовый слой. Толщина слоя 0,5 см, ширина 4 см.

Приблизительно через 7 мкс начиналось пересоединение. На рис. 3.12 представлены осциллограммы напряженности электрического поля  $E_x$  и плотности тока вдоль  $X$ -ли-

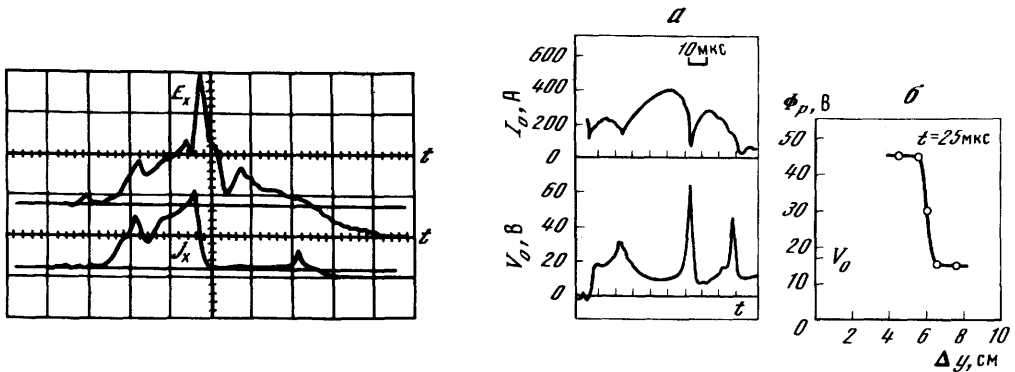


Рис. 3.12. Осциллограммы напряженности электрического поля  $E_x$  и плотности тока  $j_x$  на нейтральной линии [Baum, Bratenahl, 1977]

Цена делений:  $E_x - 85 \text{ В/см}$ ,  $j_x - 4,3 \cdot 10^3 \text{ (А/см}^2\text{)/см}$ ,  $t - 2 \text{ мкс/см}$

Рис. 3.13. Результаты работы [Stenzel et al., 1982] по лабораторному исследованию спонтанного пересоединения

$a$  — осциллограммы тока в центральной части слоя и напряжения (видны три элементарных акта пересоединения);  $b$  — изменение потенциала электрического поля в направлении тока

нии. Видно, что при  $t = 7 \text{ мкс}$  начинается резкое уменьшение плотности тока и соответствующее ему увеличение вихревого электрического поля  $E_x$ . Произведение  $E_x$  на длину  $X$ -линии равно скорости изменения пересоединившегося магнитного потока. В данном случае магнитный поток в областях 1 и 2 уменьшается, а в области 3 возрастает. Весь процесс длится всего 1 мкс, т.е. очень мало по сравнению с длительностью импульса тока. Поэтому наблюдавшееся в этих экспериментах явление было названо IFTE (импульсная перестройка магнитного потока).

Во время пересоединения проводимость плазмы в районе  $X$ -линии уменьшается на два порядка, что связывается с развитием аномального сопротивления при превышении токовой скоростью порогового значения  $u_T \sim 0,2 v_{Te}$  ( $v_{Te}$  — тепловая скорость электронов). Удалось измерить спектр плазменной турбулентности, который соответствовал спектру ионно-звуковой турбулентности.

На рис. 3.11, б приведены контуры плотности тока и конфигурация магнитных силовых линий при  $t = 7,0; 7,4$  и  $7,8 \text{ мкс}$ . Видно, что контуры плотности тока соответствуют процессу пересоединения Петчека с образованием медленных ударных волн.

Эксперимент группы Р. Стензеля и В. Гекельмана [Stenzel, Gekelman, 1981; Gekelman, Stenzel, 1981; Stenzel et al., 1982]. Установка, на которой проводился эксперимент, аналогична установке Братенала и Баума, но обладает значительно большими возможностями. Размеры установки значительно увеличены (1 м в диаметре, 2 м длиной). Вместо проводов использованы медные пластины шириной 60 см, давление плазмы  $10^{-4}$  торр, концентрация электронов  $10^{12} \text{ см}^{-3}$ ,  $T_e \approx 10T_i \approx 4 \text{ эВ}$ , рабочие газы — гелий и аргон. Установка позволяет измерить параметры плазмы и магнитного поля с высоким разрешением во времени и в пространстве. Для обработки результатов использована мощная ЭВМ. Однако из-за больших размеров установки напряженность магнитного поля была относительно невелика ( $B \approx 20 \text{ Гс}$ ), поэтому магнитное число Рейнольдса  $Re_m \approx 20$ , а  $\beta = 8\pi kT/B^2 \approx 1$ . Видимо, по этой причине, хотя токовый слой и формировался на месте  $X$ -линии, на накопление свободной энергии магнитного поля тратилось только около 20% энергии, поступающей в систему в виде электромагнитной энергии (вектор Пойнтинга). Остальная часть расходовалась на омический нагрев плазмы, в основном электронов. Ширина токового слоя составляла 50 см, толщина 8 см. В первой серии экспериментов спонтанное пересоединение не было зарегистрировано.

В дальнейшем к центральной части токового слоя было приложено стороннее электрическое поле с разностью потенциалов  $V_0$ . Спонтанное пересоединение наблюдалось в том случае, когда  $V_0 \geq 15$  В, а плотность тока в слое превышала критическое значение  $j \geq 2$  А/см<sup>2</sup> [Stenzel et al., 1982]. Пересоединение начиналось с резкого уменьшения тока в центральной части слоя, которому соответствовало увеличение напряженности электрического поля (рис. 3.13, а, ср. с рис. 3.10). Важно отметить, что полный ток в слое оставался неизменным, происходило перераспределение тока вдоль слоя. За время полного импульса (200 мкс) наблюдалось несколько элементарных актов пересоединения, число их увеличивалось с ростом  $V_0$ .

В основном измерения параметров плазмы и электромагнитного поля проводились для первого акта пересоединения ( $t = 25$  мкс), который хорошо воспроизводился от импульса к импульсу. Оказалось, что вся разность потенциалов  $\Phi_p = \int E_l dl$  падает на узком ( $\Delta y = 5$  мм) участке в направлении тока в слое (рис. 3.13, б). В работе [Stenzel et al., 1982] этот факт был интерпретирован как образование двойного электрического слоя. Внутри такого слоя плотность электронов была сильно понижена,  $\delta n_e/n_e \approx 50\%$ . В целях изучения процесса ускорения электронов двойным слоем была измерена функция распределения электронов по скоростям и показано, что появляется пучок ускоренных электронов. На краю двойного слоя ( $\Delta y \geq 7$  см) наблюдались плазменные волны с частотой  $\omega < \omega_{pi}$ , что свидетельствует об ионно-звуковой турбулентности, а на другом краю ( $\Delta y < 7$  см) наблюдались электростатические колебания на электронной плазменной частоте  $\omega_{pe}$ . Их появление, по-видимому, связано с развитием пучковой неустойчивости, которая возбуждает ленгмюровские волны на частоте  $\omega_{pe}$ .

Из рассмотрения лабораторных экспериментов можно сделать следующие выводы (предполагаем, что во всех трех экспериментах исследовалось одно и то же физическое явление, только тогда результаты можно свести в единую схему).

1. Для эффективного накопления свободной энергии магнитного поля в системе с токовым слоем в первую очередь необходимо выполнение условий  $Re_m \gg 1$ ,  $M_a < 1$ ,  $\beta < 1$ . Свободная энергия накапливается тем быстрее, чем больше  $Re_m$ , меньше  $\beta$  и больше  $M_a$ . Все три условия имеют простой физический смысл. Чем больше  $Re_m$ , тем меньше поступающей в систему энергии тратится на омический нагрев. Чем меньше  $\beta$ , тем в большей степени магнитное поле может управлять плазмой и тем, следовательно, легче образуется токовый слой с малой нормальной компонентой магнитного поля. И наконец, чем больше  $M_a$ , тем больше поступает в систему электромагнитной энергии. Однако, как уже указывалось,  $M_a$  ограничено сверху некоторым пределом, после которого магнитное поле уже не может управлять плазмой.

2. Наблюдающийся в лабораторном эксперименте процесс спонтанного пересоединения обладает следующими характерными чертами:

а) пересоединение начинается с уменьшения (часто очень резкого) тока в окрестности нейтральной линии, при этом полный ток в слое не меняется, происходит перераспределение тока вдоль слоя;

б) начало пересоединения связано с развитием токовой неустойчивости, которая приводит к резкому падению проводимости в месте уменьшения тока. Вероятно, токовая неустойчивость вызывается ионно-звуковой турбулентностью;

в) одновременно с уменьшением тока появляется электрическое поле (по-видимому, вихревое), которое, как правило, значительно интенсивнее, чем прикладываемое к плазме извне электрическое поле;

г) размер области, на которой падает эффективная разность потенциалов, может быть значительно меньше, чем размер токового слоя в направлении течения тока;

д) в дальнейшем возмущение распространяется вдоль токового слоя со скоростью, примерно равной альфвеновской скорости, рассчитанной по плотности и интенсивности магнитного поля над токовым слоем;

е) контуры плотности тока соответствуют схеме Петчека с образованием медленных ударных волн;



ж) пересоединение носит ярко выраженный импульсный характер, квазистационарного пересоединения не наблюдалось; з) в процессе спонтанного пересоединения наблюдалось значительное ускорение частиц. В экспериментах [Baum, Bratenahl, 1977; Богданов и др., 1980] были зарегистрированы всплески рентгеновского излучения в элементарных актах пересоединения, что свидетельствует о мощном механизме ускорения.

Результаты лабораторного эксперимента в целом хорошо укладываются в рассмотренную в гл. 2 схему спонтанного пересоединения. Однако для полного отождествления с этой схемой экспериментальных и теоретических данных пока недостаточно. В настоящее время ни в одном эксперименте не были измерены одновременно все необходимые для сравнения с теорией параметры. Например, в опытах группы А.Г. Франк вихревое электрическое поле непосредственно не измерялось, в работе [Stenzel et al., 1982] не приводятся данные о распространении возмущения от X-линии, контуры плотности тока приведены только в работе А. Братенала и П.И. Баума. Вместе с тем и теоретические результаты относятся к весьма идеализированному случаю нейтрального токового слоя, тогда как в эксперименте наблюдался слой с неоднородным распределением плотности по толщине слоя и с довольно большой нормальной компонентой магнитного поля. Следует также иметь в виду, что лабораторный эксперимент проводится с плазмой, а разработанные в настоящее время теории — магнитогидродинамические. Магнитная гидродинамика описывает только крупномасштабные и относительно медленные процессы, многие плазменные эффекты могут быть рассмотрены только на основе кинетического подхода.

С другими лабораторными экспериментами можно ознакомиться по обзорам [Baum, Bratenahl, 1977; Алтынцев и др., 1982; Головин, 1982].

### 3.4. ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Численное моделирование, как и лабораторное, не в состоянии полностью воспроизвести физические явления космических масштабов. Ограничения численных экспериментов следуют из свойств метода сеток, который обычно используется в расчетах. Прежде всего необходимо, чтобы пространственный шаг сетки  $\Delta r$  был меньше, чем толщина моделируемых пограничных слоев. Например, толщина пограничного слоя, связанного с конечной проводимостью среды, порядка  $1/Re_m$  (или  $1/\sqrt{Re_m}$ , как в задаче Паркера, разд. 3.1), поэтому  $\Delta r < 1/Re_m$  (или соответственно  $\Delta r < 1/\sqrt{Re_m}$ ). Как уже указывалось, в космосе из-за огромных расстояний  $Re_m \gg 1$ , а тогда шаг сетки должен быть очень малым и соответственно время счета на ЭВМ оказывается недопустимо большим. В практических расчетах, как правило, условие  $Re_m \gg 1$  стараются выполнить, но с гораздо меньшим, чем в космосе, числом Рейнольдса.

В нестационарном случае необходимо также выполнить условие Куранта—Фридрикса—Леви [Поттер, 1974]:  $\Delta r/v_{\max} \cdot \Delta t > 1$ , где  $v_{\max}$  — максимальная скорость распространения сигнала в исследуемой задаче,  $\Delta r$  и  $\Delta t$  — пространственный и временной шаги сетки. Вблизи токового слоя альфвеновская скорость велика, и тогда для получения достаточно хорошего пространственного разрешения необходимо сильно измельчить шаг разрешения по времени. Поэтому в расчетах альфвеновскую скорость часто приходится искусственно уменьшать.

Следует также иметь в виду, что из-за дискретной аппроксимации дифференциальных уравнений в численных расчетах происходит размазывание, сглаживание решения. Такое сглаживание эквивалентно появлению в системе искусственной численной вязкости. Она может играть двойную роль: с одной стороны, численная вязкость повышает устойчивость метода сеток и с этой целью ее иногда вводят специально. С другой стороны, численная вязкость уменьшает (а при использовании грубой сетки значительно уменьшает) эффективное число Рейнольдса, вследствие чего некоторые эффекты не могут быть смоделированы.

Таким образом, область применимости численных методов значительно уже, чем

требуется для воспроизведения в модели космических явлений, и принцип ограниченного моделирования относится к численным экспериментам в той же степени, как и к лабораторным.

Обратимся теперь к численному моделированию процесса пересоединения магнитных силовых линий. В последнее время появилось большое число работ, посвященных этой проблеме (см., например, [Ugai, Tsuda, 1977; Tsuda, Ugai, 1977; Hayashi, Sato, 1978; Sato, Hayashi, 1979; Sato, 1979; Брушлинский и др., 1980; Ugai, 1981; Matthaеus, 1982; Brecht et al., 1982; Birn, 1980; Birn, Hones, 1981]). Эти работы отличаются постановкой задачи, численными схемами, моделью диссипации, постановкой граничных условий. Однако в большинстве из них прослежено образование медленных ударных волн Петчека, что является дополнительным подтверждением существования этого механизма. Не имея возможности дать обзор всех этих работ, мы остановимся на двух: расчетах Т. Сато и др., моделирующих вынужденное пересоединение, и расчетах Дж. Бирна, моделирующих спонтанное пересоединение.

В работах [Hayashi, Sato, 1978; Sato, Hayashi, 1979; Sato, 1979; Sato et al., 1983] численно решались нестационарные двухмерные уравнения магнитной гидродинамики методом Лакса—Вендроффа (описание метода см.: [Поттер, 1974]). Постановку задачи иллюстрирует рис. 3.14. В начальный момент времени было задано следующее распределение МГД-параметров:  $B_x = thz$ ;  $p = \text{sech}^2 z$ ;  $\rho = 1$ ;  $j = \text{sech}^2 z$ . На верхней и нижней границах задавался поток плазмы, который включался постепенно и затем поддерживался постоянным, что как раз и соответствует вынужденному, квазистационарному пересоединению. Линия пересоединения (начало координат) выделялась в этой схеме за счет неоднородности потока, который имел максимум при  $x = 0$ . Модель диссипации была основана на предельном токе: при  $j < j_{кр}$  электрическое сопротивление  $\eta$  считалось равным нулю, а при  $j > j_{кр}$  принималось  $\eta = a(j - j_{кр})^2$ , т. е. использовалась квадратичная зависимость сопротивления от тока.

Расчеты проводились в I квадранте, число узлов сетки составляло  $74 \times 83$  ( $0 \leq x \leq 3$ ;  $0 \leq z \leq 2$ ).

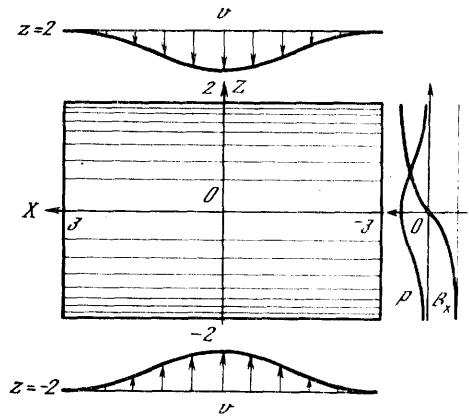
На вопросе о постановке граничных условий стоит остановиться особо, так как в задачах пересоединения это довольно тонкое место. Трудность состоит в следующем. В стационарном случае тип системы МГД-уравнений разный в области втекания (эллиптически-гиперболический: две вещественные и две мнимые характеристики) и в  $FR$ -области (дважды гиперболический: четыре вещественные характеристики). Разным типам системы должны отвечать и разные граничные условия. Однако заранее форма  $FR$ -области неизвестна, и на какой части границы ставить эллиптические граничные условия, а на какой гиперболические — также не ясно.

В нестационарном случае, хотя МГД-система уравнений в сжимаемой плазме и является полностью гиперболической, указанная выше трудность все же остается. Физически ее можно объяснить так. В процессе пересоединения генерируется спектр МГД-волн, которые будут распространяться в системе. Желательно поставить такие граничные условия, чтобы волны не отражались от стенок. В противном случае отраженные МГД-волны могут проходить через диффузионную область и существенно влиять на процесс пересоединения, но это будет побочный эффект, обусловленный стенками. Чтобы этого не случилось, на боковых стенках ставят так называемые свободные граничные условия: полагают равными нулю первые производные по нормали от неизвестных функций.

В цитированных выше работах Т. Сато и др. были предприняты дополнительные специальные меры против отражения МГД-волн от боковых стенок. Область счета была искусственно увеличена в направлении оси  $X$ , и в ней задавалась прогрессивно увеличивающаяся с  $x$  диссипация. Идея состояла в том, что падающие на такой слой МГД-волны должны быстро затухать. На верхней и нижней стенках такой слой не был организован, и в результате счета видны быстрые магнитозвуковые волны, отражающиеся от этих стенок.

Пример жестких граничных условий рассмотрен в работах [Брушлинский и др.,

Рис. 3.14. Схема расчетов Сато [Sato, 1979] по численному исследованию процесса пересоединения



1980; Подгорный, Сыроватский, 1979, 1981]. В качестве начального приближения задавалось гиперболическое магнитное поле, на которое в начальный момент времени накладывалось электрическое поле, как в экспериментах А.Г. Франк (см. разд. 3.3). Предполагалось, что возмущения на границе области будут малыми, и граничные условия ставились на функции (а не на производные), исходя из линейной теории распространения цилиндрической волны к  $X$ -линии (см. рис. 3.1). В работе [Брушлинский и др. 1980] жесткие граничные условия ставились только на магнитное поле, а для скорости они были свободными, так что плазма могла свободно растекаться. При этом медленные ударные волны Петчека возникали, но они были сплюснуты вблизи  $X$ -линии, а затем расходились под довольно большим углом.

В работе [Подгорный, Сыроватский, 1979] жесткое граничное условие ставилось также на скорость. В этом случае формирования ударных волн Петчека не наблюдалось. Очень интересный режим исследовался в работе [Подгорный, Сыроватский, 1981]. На скорость ставилось свободное граничное условие, входные данные задачи были  $\beta \approx 0,01$ ,  $Re_m = 300$ , что обеспечило существование очень тонкого токового слоя (отношение толщины слоя к его ширине  $1/100$ ). В этом режиме медленных ударных волн также не возникло, но в слое скорость плазмы была велика ( $\sim (0,2-0,4)v_a$ ), и, попадая в область сильного магнитного поля вблизи стенок, поток плазмы тормозился, а в этой области появлялись быстрые ударные волны. По результатам этих работ можно сделать вывод, что в некоторых случаях область сильного магнитного поля может эффективно препятствовать развитию пересоединения Петчека.

Вернемся к расчетам Т. Сато и др. После того как потоки плазмы с магнитным полем сталкивались, ток в слое начинал возрастать. Для проверки схемы была просчитана тестовая задача, в которой сопротивление полагалось равным нулю. В этом случае ток в слое неограниченно возрастал. В основных расчетах, когда ток достигал критического значения  $j_{кр}$ , включалось конечное сопротивление и начиналось пересоединение. Было прослежено образование ударных волн, причем достаточно хорошее пространственное разрешение схемы позволило показать, что это медленные ударные волны.

На рис. 3.15 показано трехмерное изображение плотности тока в зависимости от координат (30-градусная стереографическая проекция). Хорошо видно, как токовый слой расщепился на две пары ударных волн. В области втекания возмущения плотности и магнитного поля были незначительны. На ударных волнах плазма нагревалась, сжималась и ускорялась примерно до альфвеновской скорости, интенсивность магнитного поля в  $FR$ -области была сильно ослаблена.

Ценность результатов Сато, а также других исследователей по численному изучению вынужденного квазистационарного пересоединения состоит в том, что они показали существование решения Петчека. Дело в том, что аналитические методы асимптотические, нестрогие с математической точки зрения и сам факт существования решения из них никак не следует, в связи с чем механизм Петчека раньше часто ставился под сомнение. Появление медленных ударных волн в широком круге численно исследованных задач является убедительным доводом в пользу схемы пересоединения Петчека.

В работе [Sato et al., 1982] изучалось ускорение пробных заряженных частиц в электромагнитном поле, полученном в расчетах по пересоединению. Оказалось, что основное изменение энергии частиц происходит в диффузионной области и на удар-

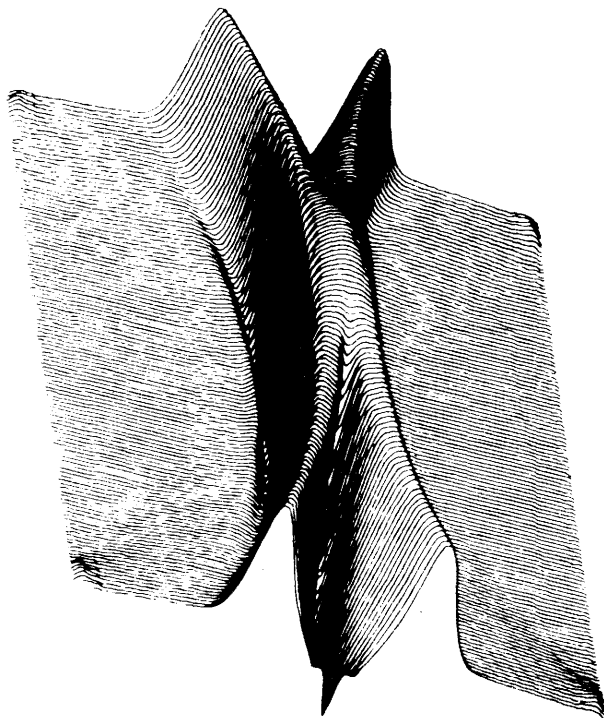


Рис.3.15. Медленные ударные волны в задаче о пересоединении магнитных силовых линий [Sato, 1979]

ных волнах. В диффузионной области, где велико электрическое поле, а интенсивность магнитного поля мала, происходит непосредственное ускорение частиц электрическим полем. В пересчете на параметры хвоста магнитосферы электроны здесь ускоряются до энергии порядка 50–100 кэВ, а протоны — до 1–200 кэВ. Отмечается, что питч-углы ускоренных частиц, как правило, больше, чем конус потерь, поэтому эти частицы должны захватываться геомагнитным полем. Следовательно, ускоренные вблизи X-линии электроны не могут быть авроральными электронами в прямом смысле, хотя их энергия и достаточна для этого.

Эти результаты находятся в хорошем согласии с работами [Буланов и др., 1979; Zeleny et al., 1982], в которых изучалось ускорение частиц в окрестности X-линии под действием электрического поля. В этих работах показано, что энергетический спектр ускоренных частиц экспоненциальный, а в случае особенно сильных электрических полей может стать степенным.

Ускорение частиц на ударных волнах [Sato et al., 1982] менее эффективно. Низкоэнергичный протон, который пересекает медленную ударную волну со стороны области втекания, набирает энергию порядка 20 кэВ, а электроны — около 10 эВ, что примерно на порядок больше энергии, соответствующей движению с альфвеновской скоростью.

Рассмотрим теперь численное моделирование спонтанного пересоединения [Birn, 1980; Birn, Hones, 1981]. Идея этих работ состоит в следующем. В начальный момент времени задавались МГД-параметры, соответствующие стационарному состоянию хвоста магнитосферы (см. рис. 3.13), которое рассчитывалось аналитическими методами в модели идеально проводящей плазмы (см. разд. 3.1). Затем в начальный момент времени включалась конечная проводимость и численно исследовалась эволюция такой системы. Для того чтобы удовлетворить критерию устойчивости Куранта–Фридрихса–Леви, альфвеновская скорость была занижена по сравнению с ее значением

в хвосте магнитосферы. В целях повышения устойчивости численной схемы была использована искусственная численная вязкость, которая включалась только в том случае, когда разность функций на двух соседних слоях по времени не превышала некоторый предел. Магнитное число Рейнольдса было около 500, число шагов по времени  $(1-2) \cdot 10^4$ .

Вычисления выявили следующую последовательность событий в хвосте магнитосферы. Сначала при  $t = 120t_a$  (альфвеновское пролетное время системы  $t_a = x_{\max}/v_a$ ) происходит утоньшение плазменного слоя в ближайшей к Земле области (при  $x \approx 8$ ). При  $t = 120t_a$  образуется X-точка, которая быстро распадается на X- и O-точки, причем X-точка остается приблизительно неподвижной, а O-точка с большой скоростью ( $\sim 0,3 v_a$ ) движется в хвост. Около X-точки плотность тока достигает максимума (хотя полный ток, проинтегрированный по толщине слоя, уменьшается), а плотность и давление плазмы сильно падают. Отмечается, что это может привести к развитию аномального сопротивления в этой области. Аномальное сопротивление — это чисто плазменный эффект, который в расчетах не воспроизводился.

В дальнейшем в окрестности X-точки начинают появляться медленные ударные волны, которые в данном случае менее ярко выражены, чем в расчетах Т. Сато. Тем не менее на ударных волнах происходило ускорение плазмы до скоростей порядка альфвеновской, причем поток по направлению к Земле был менее интенсивен, чем в хвост магнитосферы.

В похожей постановке задачи развитие нелинейной стадии разрывной неустойчивости исследовалось в работе [Forbes, Priest, 1982, 1983]. В качестве начального состояния задавалось магнитное поле, аналогичное используемому в расчетах Бирна, на правой стенке ставилось жесткое граничное условие, что моделировало присутствие ионосферы. Результаты работы — образование X-линии, формирование медленных ударных волн, ускоренных потоков плазмы — очень похожи на то, что получалось в работах Бирна. Новый эффект связан с жестким граничным условием на правой стенке. Оказалось, что X-линия движется в хвост магнитосферы со скоростью  $\sim 0,1 v_a$  (тогда как в расчетах Бирна она была приблизительно неподвижна), а проекция X-линии в ионосфере (на правой стенке) движется вдоль оси Y, что связано как с ростом пересоединившегося магнитного потока, так и с движением X-линии в хвост. В дальнейшем образуется вторичная X-линия в области, где первоначально образовалась первая X-линия, и весь процесс повторяется. Таким образом, в этих численных экспериментах обнаружено явление последовательных актов пересоединения.

Результаты по численному моделированию разрывной неустойчивости позволяют сделать вывод, что нелинейная стадия этой неустойчивости может в некоторых случаях переходить в пересоединение Петчека с образованием медленных ударных волн.

Как мы видели, каждый из используемых методов изучения пересоединения имеет свои достоинства и недостатки. Аналитическими методами удается пока исследовать только самые простые задачи, а лабораторные и численные эксперименты не могут дать требуемого объема данных с хорошим пространственно-временным разрешением. Поэтому принципиально важен комплексный подход к проблеме, с привлечением экспериментальных данных о космических явлениях — солнечных вспышках, магнитосферных суббурях и т. п. Анализ всего имеющегося материала по проблеме пересоединения позволяет сделать вывод, что в настоящее время из существующих моделей наилучшим образом может объяснить весь комплекс данных механизм Петчека, распространенный на нестационарный случай.

## СТАЦИОНАРНОЕ ОБТЕКАНИЕ МАГНИТОСФЕРЫ СОЛНЕЧНЫМ ВЕТРОМ

Результаты исследований, представленные в предыдущих главах, показывают, что пересоединение силовых линий магнитного поля возможно при любой сколь угодно большой проводимости плазмы и при произвольном скачке параметров плазмы и магнитного поля по обе стороны области пересоединения. При этом скорость пересоединения, в выражение для которой проводимость среды входит как  $(\ln \text{Re}_m)^{-1}$ , оказывается относительно большой и обеспечивает достаточно эффективно преобразование энергии магнитного поля в кинетическую и тепловую энергию плазмы. Казалось бы, это обстоятельство гарантирует обоснованность и правомерность рассмотренных выше (гл. 1) теорий генерации электрических полей в магнитосфере, в основу которых положена гипотеза о пересоединении магнитных полей Земли и солнечного ветра. И тем не менее это не совсем так, и проблема пересоединения силовых линий магнитного поля в случае взаимодействия солнечного ветра с магнитосферой Земли оказывается значительно сложнее.

Действительно, во-первых, для осуществления процесса пересоединения необходимо, чтобы в области пересоединения и в ее окрестности существовало электрическое поле, обеспечивающее поступление плазмы в область пересоединения и ее энергизацию в этой области, т.е. направленное таким образом, чтобы  $(\mathbf{E} \cdot \mathbf{j}) > 0$ . В стационарных условиях это поле никоим образом не является следствием процесса пересоединения, но представляет собой внешний и не зависящий от прочих условий задачи параметр, определяемый, в частности, особенностями течения плазмы и в окрестностях области пересоединения, и на значительном удалении от нее (см. гл. 1) [Vasyliunas, 1975; Пудовкин и др., 1975]. Таким образом, для нахождения поля  $\mathbf{E}$  в окрестностях области пересоединения на дневной магнитопаузе необходимо изучить структуру всего потока плазмы, обтекающего магнитосферу.

Во-вторых, стационарное пересоединение магнитных полей возможно лишь в том случае, когда скорость пересоединения не превышает предельной величины  $v_d < v_a \times (\ln \text{Re}_m)^{-1}$  (см. гл. 2). В то же время известно, что в солнечном ветре число Маха–Альфвена  $M_a = (v_d/v_a) \approx 10$  и даже после пересечения ударной волны поток остается сверхальфвеновским, т.е. обсуждаемое неравенство имеет противоположный знак. Выполняется ли это неравенство вблизи магнитопаузы, зависит от особенностей течения плазмы в переходной области, т.е. опять-таки от особенностей обтекания магнитосферы солнечным ветром.

Таким образом, прежде чем попытаться применить теорию пересоединения магнитных полей в исследовании процесса взаимодействия солнечного ветра с магнитосферой Земли, мы должны рассмотреть задачу МГД-обтекания магнитосферы солнечным ветром.

## 4.1. ОБТЕКАНИЕ С ИЗОЛИРОВАННОЙ ЗАСТОЙНОЙ ТОЧКОЙ

Решение системы МГД-уравнений (см. (П.1)–(П.5)) в общем виде представляет непреодолимые в настоящее время математические трудности. В связи с этим при исследовании обтекания магнитосферы солнечным ветром прибегают к различного рода упрощениям входящих в эту систему уравнений, и в первую очередь уравнения движения.

Уравнение (П.1) (см. Прил.) в безразмерной форме имеет вид

$$\tilde{\rho} \frac{\partial \tilde{\mathbf{v}}}{\partial t} + \tilde{\rho} (\tilde{\mathbf{v}} \cdot \nabla) \mathbf{v} + \frac{P_0}{\rho_0 v_0^2} \nabla \tilde{p} = M_a^{-2} [\text{rot } \tilde{\mathbf{B}} \times \tilde{\mathbf{B}}], \quad (4.1)$$

где тильдой отмечены безразмерные величины, а нулевым индексом – значения пара-

метров в некоторой фиксированной точке пространства (например, в точке сразу после пересечения ударной волны).

Поскольку плотность кинетической энергии плазмы в солнечном ветре много больше плотности магнитной энергии (т.е.  $M_a^{-2} \ll 1$ ), проблему обтекания магнитосферы солнечным ветром часто решают приближенно, разлагая все переменные величины в ряды по малому параметру  $\epsilon = M_a^{-2}$  и используя линейную теорию возмущения. В нулевом приближении вся проблема распадается на две части: чисто газодинамическую, в которой при пренебрежении действием магнитных сил определяются газодинамические характеристики потока (плотность, давление, скорость движения плазмы), и магнитную, в которой по рассчитанному полю скоростей и распределению плотности плазмы вычисляется магнитное поле.

Именно таким способом задача обтекания магнитосферы солнечным ветром рассматривалась в работах [Spreiter et al., 1966; Alksne, 1967; Spreiter, Alksne, 1967; Kartalev, Mastikov, 1982].

Однако при численном интегрировании уравнения (П.4) (при  $\partial B/\partial t = 0$ ) в случае магнитного поля, непараллельного вектору скорости  $v$ , Дж. Спрайтер и А. Алксне обнаружили, что по мере приближения к магнитопаузе интенсивность магнитного поля неограниченно возрастает, в связи с чем решение было получено лишь для области, отстоящей от магнитопаузы на некоторое расстояние (рис. 4.1).

Физический смысл полученного Спрайтером и Алксне решения был исследован в работах [Pudovkin, Semenov, 1977a; Семенов, Пудовкин, 1978; Sonnerup, 1979].

Следуя выполненному в этих работах анализу, допустим, что магнитосфера обтекается потоком идеально проводящей плазмы. Магнитное поле в солнечном ветре на большом удалении от магнитосферы будем считать однородным и перпендикулярным вектору скорости  $v$ , а течение плазмы вблизи границ магнитосферы — чисто газодинамическим, т.е. имеющим застойную точку в носовой части магнитопаузы (рис. 4.2).

Изменение интенсивности магнитного поля в движущейся плазме описывается уравнением (П6) (см. прил.). В случае  $\sigma \rightarrow \infty$  это уравнение переходит в уравнение в замороженности поля в плазму и может быть записано в форме

$$(\mathbf{v} \cdot \nabla) \frac{\mathbf{B}}{\rho} = \left( \frac{\mathbf{B}}{\rho} \cdot \nabla \right) \mathbf{v}. \quad (4.2)$$

Последнее равенство означает, что величина  $B/\rho$  на некотором участке силовой линии изменяется пропорционально длине этого участка.

Рассмотрим отрезок  $AC$  силовой линии (см. рис. 4.2), расположенный на расстоянии  $r_0$  от центральной токовой линии, проходящей через застойную точку. Двигаясь вместе с плазмой, этот отрезок займет в последующие моменты времени положения  $A'C'$ ,  $A''C''$  и т.д. При этом среднее значение отношения  $B/\rho$  на рассматриваемом участке силовой линии возрастает согласно равенству (4.2) пропорционально длине этого участка:

$$\left( \frac{B}{\rho} \right)_1 = \left( \frac{B}{\rho} \right)_\infty \frac{A'C'}{AC}, \quad \left( \frac{B}{\rho} \right)_2 = \left( \frac{B}{\rho} \right)_\infty \frac{A''C''}{AC} \approx \left( \frac{B}{\rho} \right)_\infty \frac{D_m}{2r_0}, \quad (4.3)$$

где  $D_m$  — диаметр магнитосферы в сечении  $A''C''$ . Нетрудно видеть, что вблизи поверхности магнитосферы прицельное расстояние  $r_0$  соответствующих токовых линий стремится к нулю; соответственно отношение  $B/\rho$  при приближении к магнитопаузе стремится к бесконечности, что и наблюдалось в приведенных выше расчетах Спрайтера и Алксне.

В весьма наглядной форме связь между длиной силовой линии и величиной  $B/\rho$  проиллюстрирована в работе [Parker, 1973]. В этой работе, как мы уже говорили, исследуется течение двух встречных потоков несжимаемой высокопроводящей жидкости, набегających на плоскую поверхность раздела и растекающихся вдоль нее в плоскости  $(\mathbf{v}_\infty, \mathbf{B}_\infty)$ , где  $\mathbf{v}_\infty$  — вектор скорости невозмущенного потока (см. рис. 3.4).

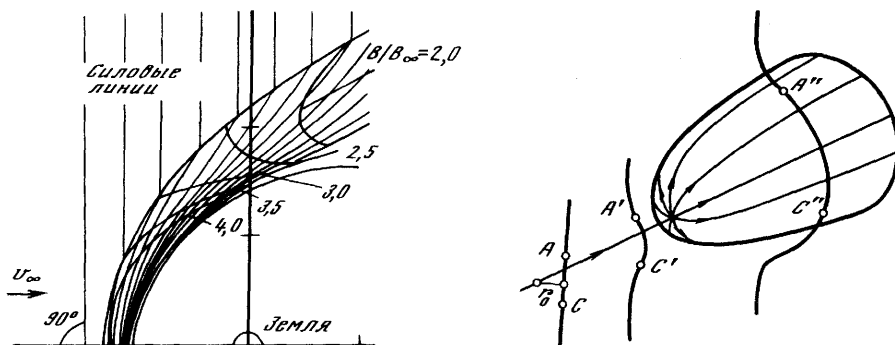


Рис. 4.1. Конфигурация силовых линий и изолиний магнитного поля в переходной области [Spreiter et al., 1966]

Рис. 4.2. Растяжение силовой линии магнитного поля при обтекании магнитосферы солнечным ветром в случае течения с застойной точкой [Семенов, Пудовкин, 1978]

Как показывает полученное Э. Паркером строгое решение двумерной задачи, скорость движения жидкости  $v(x, z) = -kx e_x + kz e_z$ , где  $k$  — величина постоянная. При этом длина участка  $AC$  силовой линии по мере приближения к обтекаемой поверхности возрастает  $\sim 1/x$  и точно так же (т.е.  $\sim 1/x$ ) возрастает интенсивность магнитного поля.

В случае, когда растекание плазмы происходит в плоскости  $XU$ , т.е. в направлении, перпендикулярном  $B$ , растяжения силовых линий не происходит и интенсивность магнитного поля остается постоянной ( $\alpha = 0$  на рис. 3.4) [Priest, Sonnerup, 1975; Sonnerup, Priest, 1975].

Решение рассматриваемой проблемы (в кинематическом приближении) в трехмерном случае для сферы, обтекаемой потоком идеально проводящей несжимаемой жидкости с магнитным полем, перпендикулярным вектору  $v_\infty$ , было получено в работе [Берников, Семенов, 1979]. Согласно этому решению в случае сохранения топологии течения, свойственной газодинамическому обтеканию, вблизи поверхности обтекаемого тела компоненты поля  $B$  в сферической системе координат имеют вид

$$B_r = \frac{2}{3} B_\infty \sqrt{3s} \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} \sin \varphi, \quad B_\theta = B_\infty \sin \varphi / \sqrt{3s}, \quad B_\varphi = B_\infty \cos \varphi / \sqrt{3s}, \quad (4.4)$$

где  $s = (r - r_0)/r_0$  — безразмерное расстояние, отсчитываемое от поверхности сферы;  $\theta$  — угол, отсчитываемый от оси, проходящей через застойную точку;  $\varphi$  — угол, отсчитываемый от оси  $X$ , перпендикулярной плоскости  $(v_\infty, B_\infty)$ . Из приведенных формул видно, что интенсивность магнитного поля действительно неограниченно возрастает при приближении к поверхности обтекаемого тела, что, по-видимому, лишает полученное решение реального физического смысла.

Детальный анализ этой проблемы был дан в уже цитировавшейся работе [Parker, 1973]. Как мы говорили, в полученном Паркером решении интенсивность магнитного поля по мере приближения к поверхности раздела быстро возрастает. Однако это возрастание имеет место лишь на относительно больших расстояниях  $x$ . На малых же расстояниях (порядка  $\delta = a/\sqrt{Re_m}$ , где  $a$  — характерный размер задачи) от поверхности раздела градиенты магнитного поля становятся настолько большими, что последним (диффузионным) членом в уравнении (П.6) пренебречь уже нельзя. При этом силовые линии магнитного поля начинают "проскальзывать" сквозь плазму и интенсивность магнитного поля перестает возрастать.

К сожалению, в задаче обтекания магнитосферы солнечным ветром то обстоятельство, что полученное решение справедливо лишь вне пограничного слоя, не спасает положения, поскольку при малой толщине этого слоя, соответствующей значению



$Re_m \approx 10^{10}$ , магнитное поле должно быть, как видно из (4.4), очень большим ( $B \gg \gg B_\infty$ ) уже на внешней границе этого слоя. Так, например, полагая в формулах (4.4)  $s \approx \delta/r_0 = 1/\sqrt{Re_m} = 10^{-5}$ , находим, что на внешней границе диссипативного слоя  $B \approx \approx B_\infty/\sqrt{3s} = 200 B_\infty$ .

Нетрудно видеть, что приведенные выше результаты противоречат исходному предположению о малости сил Ампера в уравнении (4.1), обеспечивающему применимость кинематического приближения. Еще задолго до вхождения в магнитный пограничный слой неравенство  $M_a^{-2} \ll 1$  меняет знак и главную роль в уравнении движения (4.1) начинают играть магнитные силы. При этом в отличие от сил газового давления, определяющих симметричное растекание плазмы от застойной точки, силы Ампера, будучи строго перпендикулярными магнитному полю, в общем случае являются резко анизотропными. В частности, если магнитное поле вблизи поверхности обтекаемого тела определяется решением (4.4), то тангенциальные компоненты силы Ампера в окрестности застойной точки имеют вид

$$F_\theta = \frac{B_\infty^2}{3r_0 S} (1 - 2 \sin^2 \varphi) \frac{\theta}{2}, \quad (4.5)$$

$$F_\varphi = - \frac{B_\infty^2}{3r_0 s} \sin^2 \varphi \cdot \frac{\theta}{2}.$$

Из (4.5) видно, что магнитные силы препятствуют движению плазмы в меридиональной плоскости ( $\varphi = \pm\pi/2$ ) и ускоряют ее вдоль экватора ( $\varphi = 0, \pi$ ), т.е. стремятся сделать течение квазидвухмерным. Существенно отметить, что квазидвухмерный характер сил Ампера сохраняется и в общем случае [Семенов, Берников, 1979]. Таким образом, предположение о том, что течение высокопроводящей плазмы при наличии магнитного поля, непараллельного вектору скорости  $v$ , сохраняет структуру чисто газодинамического обтекания, кажется не только малообоснованным, но и маловероятным.

Задача МГД-обтекания затупленного тела с учетом влияния магнитного поля на движение плазмы (но при сохранении основной топологической особенности чисто газодинамического течения — изолированной застойной точки) была исследована (при  $\sigma \rightarrow \infty$ ) в [Lees, 1964; Пивоваров, Еркаев, 1978] для случая  $B_\infty \parallel v_\infty$ , а в [Zwan, Wolf, 1976; Пивоваров, Еркаев, 1978] для  $B_\infty \nparallel v_\infty$ . Выполненный в этих работах детальный анализ проблемы показал, что особенностью вблизи поверхности обтекаемого тела обладает, строго говоря, не магнитное поле  $B$ , а отношение  $B/\rho$ , что согласуется с выводами работ [Pudovkin, Semenov, 1977a, b; Sonnerup, 1979]. Таким образом, можно получить решение с ограниченным  $B$  на магнитопаузе; однако при этом плотность плазмы вблизи поверхности обтекаемого тела оказывается равной нулю, т.е. увеличивающееся по мере приближения к обтекаемому телу магнитное поле как бы "отжимает" плазму от поверхности этого тела.

С математической точки зрения такое решение, может быть, и является удовлетворительным; однако с физической точки зрения оно маловероятно. В самом деле, известно, что плотность тока в разреженной плазме ограничена величиной  $j_{кр} = c_s n e$ , где  $c_s$  — скорость ионно-звуковой волны, близкая к тепловой скорости ионов. Отсюда, в частности, следует, что при  $n \rightarrow 0$  плазма не способна выдержать токи, обеспечивающие наблюдаемый на магнитопаузе скачок магнитного поля. Таким образом, конечный результат расчетов ( $\rho \rightarrow 0, j \rightarrow 0$ ) противоречит их исходному предположению об идеальной проводимости плазмы.

Принципиально иной результат был получен в работе [Shen, 1972]. Рассматривая двумерную задачу обтекания цилиндрического тела (с образующей, перпендикулярной плоскости ( $v, B$ )) потоком идеально проводящей плазмы, В. Шен получил решение, в котором магнитное поле на магнитопаузе остается конечным, несмотря на то что плотность плазмы по мере приближения к магнитопаузе не только не стремится

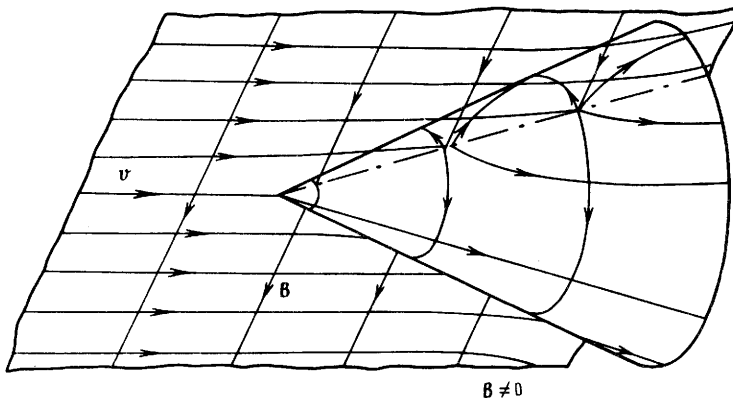


Рис. 4.3. Обтекание конуса потоком идеально проводящей жидкости с вмороженным в нее магнитным полем [Еркаев, 1981]

к нулю, но даже возрастает. Физический смысл решения, полученного В. Шеном, и причины его появления рассмотрим ниже.

Итак, большинство имеющихся решений рассматриваемой проблемы приводит к неудовлетворительному с физической точки зрения результату: значение  $B/\rho$  должно резко возрастать по мере приближения к магнитопаузе, причем это возрастание должно наблюдаться не только вблизи застойной точки (что было бы понятно и вполне допустимо), но и вдоль всей магнитопаузы, что, по-видимому, не подтверждается экспериментом.

Как было показано выше (см. рис. 4.2), эта особенность в поведении функции  $B/\rho$  вблизи магнитопаузы обусловлена предполагаемой в расчетах топологией течения с застойной точкой. В то же время из рис. 4.2 видно, что для получения приемлемого с физической точки зрения поведения величины  $B/\rho$  на большей части магнитопаузы течение должно быть таким, чтобы токовые линии, образующие боковую поверхность магнитопаузы, не проходили через застойную точку или чтобы растекание плазмы происходило в направлении, ортогональном  $B$  [Priest, Sonnerup, 1975]. Топология течения, удовлетворяющего этим требованиям, была рассмотрена в работах [Pudovkin, Semenov, 1977a, b; Семенов, Пудовкин, 1978]. Из выполненного анализа следует, что вмороженное в солнечный ветер магнитное поле меняет течение последнего в окрестностях магнитопаузы таким образом, что вместо изолированной застойной точки в носовой части магнитопаузы образуется целая линия особых точек, в которых линии потока расщепляются.

Однако показать существование такой линии ветвления токовых линий не из топологических или энергетических соображений, а путем строгого решения уравнений магнитной гидродинамики долгое время не удавалось. В связи с этим чрезвычайно интересными представляются результаты работы [Еркаев, 1981]: Рассматривая обтекание конуса потоком идеально проводящей намагниченной плазмы, автор получил решение системы МГД-уравнений, представленное на рис. 4.3. Согласно этому решению наличие магнитного поля, плотность энергии которого увеличивается по мере приближения к поверхности конуса до величины порядка теплового давления плазмы, приводит к тому, что токовые линии ветвятся на поверхности обтекаемого тела не только в вершине конуса, как в чисто газодинамическом случае, но и во множестве точек, образующих целую линию (рис. 4.3), что полностью согласуется с выводами работ [Pudovkin, Semenov, 1977a, b; Семенов, Пудовкин, 1978; Sonnerup, 1979].

В двухмерном случае (например, в задаче Паркера—Приста—Соннерупа) эта линия расщепления траекторий элементов плазмы (сепаратор по терминологии Соннерупа и др. [Sonnerup et al., 1981]) представляет собой обычную застойную линию ( $v = 0$ ).

В трехмерном случае скорость движения плазмы вдоль линии ветвления может и не равняться нулю [Семенов, Пудовкин, 1978; Еркаев, 1981]. Тем не менее, учитывая совпадение основных особенностей топологии течения в этих двух случаях (течение плазмы в окрестностях сепаратора приблизительно ортогонально последнему) и их эволюционную общность, мы и в трехмерном случае будем называть линию ветвления токовых линий застойной линией [Pudovkin, Semenov, 1977a, b; Семенов, Пудовкин, 1978; Sonnerup, 1979].

Появление застойной линии на магнитопаузе означает нарушение связи между движением плазмы (и ее параметрами) в точках, лежащих хотя бы и на одной силовой линии магнитного поля, но на разных стенках обтекаемой поверхности. Это обстоятельство позволяет понять и описанные выше результаты Шена [Shen, 1972]. Интегрируя численно уравнение вмороженности магнитного поля в плазму, автор в отличие от всех других исследователей получил решение рассматриваемой МГД-задачи с конечной интенсивностью магнитного поля и ненулевой плотностью плазмы на магнитопаузе. При этом на каждом шаге интегрирования значения поля  $\mathbf{B}$  находилось из соотношения, вытекающего из уравнения вмороженности (4.2):

$$\begin{aligned} B_{1z} &= \left(\frac{\rho_1}{\rho_0}\right) \left( B_{0z} + B_{0r} \frac{\partial \xi_z}{\partial r} + B_{0z} \frac{\partial \xi_z}{\partial z} \right), \\ B_{1r} &= \left(\frac{\rho_1}{\rho_0}\right) \left( B_{0r} + B_{0r} \frac{\partial \xi_r}{\partial r} + B_{0z} \frac{\partial \xi_z}{\partial z} \right), \end{aligned} \quad (4.6)$$

где  $\xi$  – вектор смещения элемента плазмы.

Существенным является то, что в своих численных расчетах Шен использует цилиндрическую систему координат  $(z, r)$  с осью  $Z$ , направленной параллельно вектору скорости  $\mathbf{v}_\infty$  в невозмущенном потоке. Поскольку на оси  $Z$  орт  $\mathbf{e}_r$  не определен, величина  $B_r$  в точках, лежащих на самой оси (включая застойную точку), также не определена, и автор, по-видимому, был вынужден исключить их из рассмотрения. При этом поведение поля  $\mathbf{B}$  в верхнем и нижнем полупространствах должно было рассчитываться независимо, что, по сути дела, и означает введение разреза вдоль оси  $Z$ . Но введение такого разреза как раз и позволяет получить конечное решение для функции  $B/\rho$  всюду, кроме точек, лежащих на самом разрезе.

Этим, скорее всего, и объясняются полученные Шеном результаты. При этом значения  $B$  и  $\rho$ , указанные автором для точек, лежащих на оси  $Z$  и на магнитопаузе и полученные, по-видимому, путем интерполяции и экстраполяции значений соответствующих величин в соседних точках, являются, скорее всего, ошибочными.

Но вернемся к рассматриваемой задаче.

## 4.2. ОБТЕКАНИЕ С ЗАСТОЙНОЙ ЛИНИЕЙ

Если обтекаемое тело осесимметрично, а вмороженное в поток магнитное поле на большом удалении от тела ортогонально скорости, то течение имеет две плоскости симметрии и такой же симметрией обладает разрез в пространстве параметров. Теоретически возможны два вида течения, соответствующие разрезам либо в плоскости, параллельной плоскости  $(\mathbf{v}_\infty, \mathbf{B}_\infty)$ , либо в плоскости, ортогональной вектору  $\mathbf{B}$ .

Первый вариант (продольная застойная линия) представлен на рис. 4.4 в физическом пространстве и в пространстве параметров  $t, \alpha, \varphi$  (см. прил.). Как видно из рисунка, растекание плазмы в этом случае происходит преимущественно в плоскости, перпендикулярной магнитному полю. При этом растяжение силовых линий, обтекающих магнитосферу вместе с плазмой, остается конечным, в результате чего величина  $B/\rho$  на магнитопаузе также остается конечной и, как видно из рис. 4.4,б,  $(B/\rho)_m = (B/\rho)_\infty D_m/L_{n\infty}$ , где  $D_m$  – диаметр обтекаемого тела и  $L_{n\infty}$  – расстояние (в невозмущенном потоке) между двумя крайними токовыми линиями, образующими поверхность маг-

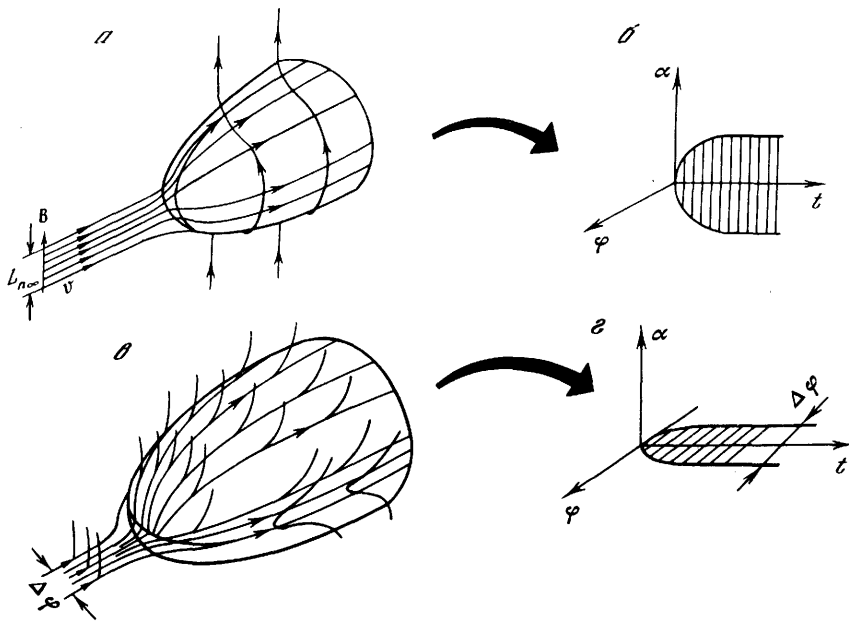


Рис. 4.4. Конфигурация линий тока и силовых линий магнитного поля при обтекании магнитосферы с продольной (а, б) и поперечной (в, г) застойными линиями [Семенов, Пудовкин, 1978]

а, в – в физическом пространстве; б, г – в пространстве параметров  $t, \alpha, \varphi$

нитосферы в ее меридиональном сечении (рис. 4.4,а). В то же время электрическое поле в окрестностях магнитопаузы и соответственно разность потенциалов поперек магнитосферы оказываются равными нулю, что согласуется с результатами работы [Sonnerup, Priest, 1975] в случае растекания плазмы в плоскости, перпендикулярной  $\mathbf{V}$ .

Течение с поперечной застойной линией представлено на рис. 4.4, в, г. В этом случае растекание плазмы вблизи застойной линии происходит в основном параллельно магнитному полю. Как видно из рисунка, боковая поверхность магнитопаузы обтекается токовыми линиями, проходящими не через лобовую точку, а вблизи концов застойной линии. При этом величина  $r_0$  в выражении (4.3) не может быть меньше  $L_{n\infty}/2$ , в результате чего средняя интенсивность магнитного поля на флангах магнитосферы оказывается конечной и, как и в первом случае,  $(B/\rho)_m \approx (B/\rho)_\infty D_m/L_{n\infty}$  ( $L_{n\infty}$  здесь лежит в экваториальной плоскости).

Более сложным оказывается поведение магнитного поля на токовых линиях, проходящих через застойную линию. Что касается участков силовых линий, лежащих выше или ниже плоскости разреза и не пересекающих его, то их растяжение и соответственно величина  $B/\rho$  на них остаются конечными. В то же время участки силовой линии, пересекающие поверхность разреза, по-прежнему испытывают бесконечное растяжение, в связи с чем величина  $B/\rho$  в окрестностях застойной линии и на пересекающих ее токовых линиях должна неограниченно возрастать.

Однако, как мы видели, например, в случае паркеровского течения, это возрастание ограничивается диссипативными процессами в пограничном слое, что позволяет получить ограниченное решение на всей магнитопаузе. Весьма существенным является то обстоятельство, что конфигурация магнитного поля в окрестностях застойной линии оказывается благоприятной для развития процессов пересоединения. Более того, само образование поперечной застойной линии связано со стационарным пересоединением, при этом застойная линия – это линия пересечения ударных волн (или волн разрежения); именно этим обстоятельством и объясняется квазидвухмерность течения плазмы

вблизи обтекаемого тела. Как будет показано ниже, в этом случае интенсивность магнитного поля на магнитопаузе, описываемая в рамках модели Петчека, возрастает до значительно меньших значений, чем при омической диссипации в модели Паркера. Конкретное значение отношения  $B/\rho$  определяется особенностями течения плазмы в пограничном слое и будет рассмотрено ниже.

Рис. 4.4 позволяет заметить еще две весьма существенные особенности течения с поперечной застойной линией. Во-первых, как видно из рис. 4.4,  $z$ , касательная к магнитопаузе компонента электрического поля в окрестностях застойной линии не равна нулю, а оказывается такой же, как и в невозмущенном потоке, т.е.  $E = -(1/c)v_\infty \times \mathbf{B}_\infty$ . При этом, как и в рассмотренных выше моделях, разность потенциалов поперек магнитосферы  $\Delta\Phi = (1/c)\tilde{v}_\infty B_\infty L_{n\infty}$ , где  $L_{n\infty}$  определяется равенством (4.3):

$$L_{n\infty} = 2r_0 \approx \frac{(B/\rho)_\infty}{(B/\rho)_m} D_m. \quad (4.7)$$

Во-вторых, существование тангенциальной компоненты электрического поля на магнитопаузе при  $v \neq 0$  в условиях вмороженности магнитного поля в плазму, в свою очередь, означает существование нормальной компоненты магнитного поля на магнитопаузе (см. рис. 4.4,  $e$ ).

Таким образом, дневная магнитопауза оказывается прозрачной для магнитного поля переходной области. Экспериментальное подтверждение проникновения поля солнечного ветра южного направления в магнитосферу дано в работе [Kovner, Feldstein, 1973].

Какой же из рассмотренных выше двух вариантов течения имеет место в действительности? Мы видели, что если магнитное поле в окрестностях лобовой части магнитопаузы при отсутствии процессов пересоединения имеет конфигурацию, подобную той, которая дается формулами (4.4), то силы Ампера стремятся ускорить плазму в направлении, ортогональном  $\mathbf{B}$ . Более самосогласованное решение, полученное в работе [Zwan, Wolf, 1976], также дает преимущественное растекание плазмы в экваториальной плоскости ( $v_\perp/v_\parallel \approx 2$ ). При этом растяжение силовых линий в окрестностях застойной линии оказывается относительно незначительным, а энергетические затраты потока при обтекании магнитосферы — минимальными. Можно полагать, что при северном направлении межпланетного магнитного поля (ММП) осуществляется именно этот вариант — с продольной застойной линией.

В случае ММП, направленного к югу, картина существенно усложняется. Дело в том, что поворот ММП к югу увеличивает скачок магнитного поля и соответственно плотность токов на магнитопаузе. В то же время можно показать, что даже при отсутствии ММП интенсивность токов на магнитопаузе близка к критической, соответствующей развитию плазменной турбулентности. Действительно, скачок магнитного поля на магнитопаузе в окрестностях подсолнечной точки при отсутствии магнитного поля в солнечном ветре

$$\{B\} = B_t = (4\pi/c)nev_e\delta, \quad (4.8)$$

где  $B$  — магнитосферное магнитное поле;  $\delta$  — толщина токового слоя;  $n$  и  $v_e$  — концентрация и токовая скорость электронов в этом слое. Как свидетельствуют экспериментальные данные [Sonnerup, 1981], толщина токового слоя вблизи подсолнечной точки не превышает ларморовского диаметра ионов переходной области; критическая токовая скорость электронов близка к тепловой скорости ионов  $v_{e,кр} \approx v_{Ti}$  [Kindel, Kennel, 1971]. Таким образом, предельно допустимый скачок магнитного поля на магнитопаузе  $\{B^2\}_{кр} = 8\pi m_i v_{Ti}^2 \approx 4\pi p_T$ , где  $p_T$  — тепловое давление плазмы (ионов и электронов).

В то же время баланс давления на магнитопаузе требует выполнения равенства  $B_t^2 = 8\pi p_T$ . Сопоставляя два последних выражения, можно видеть, что плотность токов на магнитопаузе в равновесных условиях близка или превышает критическую даже при отсутствии ММП. Таким образом, появление в солнечном ветре магнитного поля южно-

го направления, увеличивающего скачок поля на магнитопаузе, должно приводить к развитию плазменных неустойчивостей в токовом слое, нарушению условий экранировки магнитного поля и спорадическому возникновению процессов пересоединения на магнитопаузе.

Следует, однако, заметить, что турбулизация токового слоя и развитие процессов пересоединения на магнитопаузе могут иметь место не только при ММП южного направления, но и при северном ММП при условии, что угол  $\theta$  между векторами магнитного поля Земли и солнечного ветра превышает некоторое критическое значение  $\theta_{кр}$ , оценить которое можно из следующих соображений.

Запишем скачок магнитного поля на магнитопаузе

$$\{B^2\} = (B_{0i} - B_m \cos \theta)^2 + (B_m \sin \theta)^2, \quad (4.9)$$

где  $B_{0i}$  и  $B_m$  — магнитное поле вблизи подсолнечной точки в магнитосфере и в переходной области соответственно. Полагая, что токи на магнитопаузе и при отсутствии ММП находятся в режиме, близком к критическому, примем  $\{B^2\}_{кр} = B_{0i}^2$ . Тогда из (4.9) следует

$$\cos \theta_{кр} = 1/2 B_m / B_{0i}. \quad (4.10)$$

Существование критического угла, определяющего порог развития процессов пересоединения (см. гл. 1), предполагается также и в модели [Gonzalez, Mozer, 1974]. В этой модели угол  $\theta_{кр}$  вводился из чисто геометрических соображений, не связанных с условиями устойчивости токового слоя. В связи с этим неудивительно, что значения  $\theta_{кр}$ , даваемые формулами (4.10) и (1.3), оказываются разными. В частности, при  $B_m \rightarrow B_{0i}$  угол  $\theta_{кр}$ , определяемый (4.10), стремится к  $\sim 60^\circ$ , тогда как по формуле (1.3) в этом случае  $\theta_{кр} \rightarrow 0$ . Однако при более реалистических значениях  $B_{0i}/B_m = 2$  обе формулы дают более близкие результаты: при  $B_{0i}/B_m = 2$  угол  $\theta_{кр} = 75^\circ$  согласно (4.10) и  $60^\circ$  согласно (1.3).

При  $\theta > \theta_{кр}$  магнитопауза становится неустойчивой по отношению к развитию плазменной турбулентности и процессов пересоединения. При этом характер движения плазмы в пограничном слое существенно меняется, в связи с чем течение плазмы переходит в режим обтекания с поперечной застойной линией.

Переход к течению с поперечной застойной линией приводит к появлению на магнитопаузе тангенциального электрического поля, параллельного застойной линии, что, в свою очередь, стимулирует и поддерживает процесс пересоединения, позволяя ему перейти в квазистационарный режим (непрерывный во времени, хотя, по-видимому, и крайне неоднородный в пространстве). Этому способствует также и то обстоятельство, что повышенное вблизи магнитопаузы значение магнитного поля обеспечивает выполнение условия Петчека  $v_d \leq v_a / \ln \text{Re}_m$ , необходимого для стационарного протекания процесса пересоединения. Таким образом, застойная линия приобретает смысл линии пересоединения.

В связи с этим представляется естественным дополнить указанные выше особенности обтекания магнитосферы солнечным ветром граничными условиями, предсказываемыми теорией пересоединения. Такое исследование в приближении холодной плазмы было выполнено в работах [Пудовкин и др., 1981а,б,в]. В результате оказалось возможным оценить такие параметры задачи, как магнитное поле в переходной области и в магнитосфере вблизи подсолнечной точки, электрическое поле на магнитопаузе и разность потенциалов поперек магнитосферы, расстояние до магнитопаузы и широта полярных каспов в зависимости от параметров солнечного ветра. Показано, что экспериментальные данные достаточно хорошо согласуются с предсказаниями модели. Заметим, что несмотря на чрезвычайную упрощенность использованной в этих работах модели, она содержала наиболее существенные черты обсуждаемого процесса взаимодействия солнечного ветра с магнитосферой Земли: усиление магнитного поля вблизи магнитопаузы; формирование застойной линии; проникновение магнитного поля в переходной области в магнитосферу; пересоединение силовых линий магнитного поля

Земли и солнечного ветра. Поэтому отмеченное совпадение экспериментальных и теоретических данных можно, по-видимому, рассматривать как подтверждение основных предположений модели.

Несомненным преимуществом этой модели является то, что зависимость искомых величин от параметров солнечного ветра дается в виде аналитических формул, что позволяет легко получить значение этих величин в самых различных ситуациях.

Однако модель холодной плазмы не позволяет оценить газодинамические параметры потока в переходной области. Исследование взаимодействия солнечного ветра с магнитосферой Земли с учетом теплового давления плазмы было выполнено в работе [Rudovkin, Neup, 1981]. В этом анализе (в соответствии с изложенными выше соображениями) предполагалось, что:

1) вмороженное в плазму солнечного ветра магнитное поле меняет топологию течения в переходной области таким образом, что вместо изолированной застойной точки в носовой части магнитопаузы появляется застойная линия: продольная в случае ММП северного направления и поперечная в случае ММП южного направления;

2) при обтекании с продольной застойной линией растяжения силовых линий не происходит, в результате чего величина  $B/\rho$  в переходной области на токовых линиях, проходящих через застойную линию, не меняется:

$$B/\rho = \text{const.} \quad (4.11)$$

При обтекании с поперечной застойной линией величина  $B/\rho$  уже не является постоянной; в то же время на токовых линиях, проходящих через застойную линию, сохраняется

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_\infty = -(1/c) \mathbf{v}_\infty \times \mathbf{B}_\infty; \quad (4.12)$$

3) граничные условия на магнитопаузе в случае обтекания с продольной и с поперечной застойной линией в непосредственной окрестности этой линии также оказываются различными:

а) в случае продольной застойной линии в соответствии с условием  $E = 0$  нормальная компонента скорости плазмы

$$v_m = 0, \quad (4.13)$$

б) в случае обтекания с поперечной застойной линией, сопровождающегося пересоединением магнитных полей, предполагается выполнение условия Петчека

$$v_m = M_{am} B_m / \sqrt{4\pi\rho_m}, \quad (4.14)$$

где  $M_{am} = 0, 1 \div 0,2$  (индексом  $m$  отмечены значения соответствующих параметров на магнитопаузе);

4) толщина переходной области предполагалась заданной и равной  $0,3 R_m$ .

Но и при учете этих предположений решение системы уравнений (II.1)–(II.5) (см. прил.) оказывается чрезвычайно сложным. В связи с этим область решения была ограничена непосредственными окрестностями токовых линий, проходящих через застойную линию. Кроме того, были введены некоторые упрощающие предположения. В частности, так же как и в модели Паркера–Приста–Соннерупа, предполагалось, что в переходной области скорость меняется с расстоянием линейным образом; радиус кривизны силовых линий магнитного поля в переходной области принимался равным их геоцентрическому расстоянию.

При введении указанных упрощений оказывается возможным численно проинтегрировать систему уравнений (II.1)–(II.5). Результаты выполненного анализа приводятся ниже.

На рис. 4.5,а показано изменение плотности плазмы  $\rho$ , магнитного поля  $B$ , скорости  $v$  и динамического давления плазмы  $p_d = \rho v^2$  поперек переходной области в случае слабого магнитного поля ( $M_{a\infty} = 12$ ,  $M_{am} = 0,2$ ) южного направления. Из рисунка видно, что поведение плотности плазмы в этом случае оказывается достаточно сложным: сна-

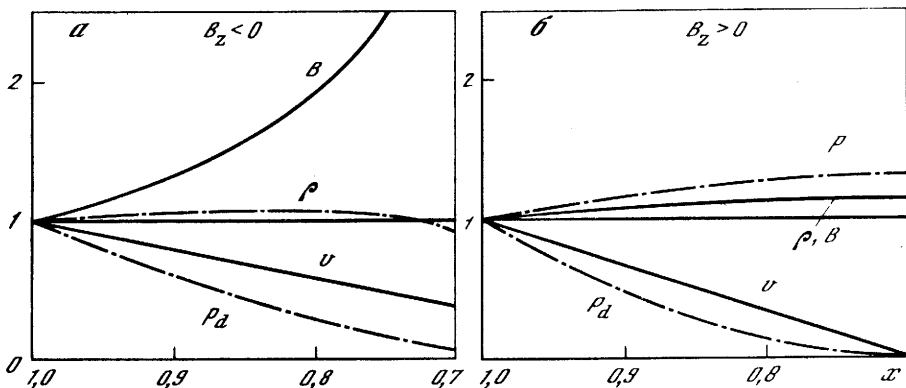


Рис. 4.5. Изменение параметров солнечного ветра поперек переходной области в случае ММП южного (а) и северного (б) направлений для  $M_{a\infty} = 12, M_{\infty} = 8$  [Pudovkin, Heyn, 1981]

чала величина  $\rho$  несколько возрастает, но по мере приближения к магнитопаузе начинает быстро уменьшаться, в результате чего вблизи границ обтекаемого тела образуется слой пониженной плотности плазмы. Этот результат, по-видимому, полностью совпадает с полученными ранее данными [Lees, 1964; Zwan, Wolf, 1976; Пивоваров, Еркаев, 1978]. То обстоятельство, что на рис. 4.5 плотность плазмы уменьшается вблизи магнитопаузы не до нуля, объясняется тем, что в соответствии с граничными условиями (4.14) скорость плазмы на внешней границе области пересоединения предполагается ненулевой.

Кроме того, из рисунка видно, что как глубина депрессии плотности плазмы, так и ширина области, в которой наблюдается эта депрессия, увеличиваются с уменьшением величины  $M_{a\infty}$ .

Магнитное поле (в отличие от величины  $\rho$ ) непрерывно увеличивается на всем протяжении переходной области от фронта ударной волны до магнитопаузы; при этом степень интенсификации поля, характеризуемая величиной отношения  $B_m/B_0$ , уменьшается с ростом  $M_{a\infty}$ .

Изменение параметров солнечного ветра поперек переходной области в случае ММП северного направления представлено на рис. 4.5, б. Как видно из рисунка, в этом случае и магнитное поле, и плотность плазмы в переходной области монотонно возрастают вплоть до самой магнитопаузы так, что область пониженной концентрации плазмы не формируется. Этот результат, по-видимому, согласуется с выводами работы [Sonnerup, Priest, 1975] для поперечного растекания потока. В то же время он противоречит выводам работы [Zwan, Wolf, 1976], согласно которым плотность плазмы на магнитопаузе стремится к нулю и в случае северного направления ММП. Следует, однако, заметить, что в последней модели топология течения вблизи магнитопаузы (так же, как и в работе Пудовкина и Хейна) задавалась a priori. Однако в отличие от модели Пудовкина и Хейна в работе Звана и Вольфа предполагалось, что обтекание магнитосферы, как и в чисто газодинамическом случае, характеризуется существованием изолированной застойной точки; при этом скорость растекания не зависит от знака ММП. В связи с этим различие результатов обсуждаемых моделей не должно вызывать удивления.

Обобщение модели Пудовкина и Хейна на случай произвольного (в плоскости YZ) направления поля солнечного ветра было выполнено в работе [Pudovkin et al., 1982]. Предполагалось, что топология течения с застойной линией сохраняется и в случае произвольного направления ММП. Существование застойной линии, предполагающее растекание плазмы вдоль магнитопаузы преимущественно в направлении, перпендикулярном этой линии, приводит к тому, что параллельная ( $B_{\parallel}$ ) и перпендикулярная ( $B_{\perp}$ ) застойной линии компоненты магнитного поля меняются в переходной области по-разному. В частности, уравнение вмороженности для этих компонент должно быть запи-



Рис. 4.6. Геометрия задачи и системы координат, используемые при расчете параметров солнечного ветра в переходной области в случае ММП произвольного направления [Pudovkin et al., 1982]

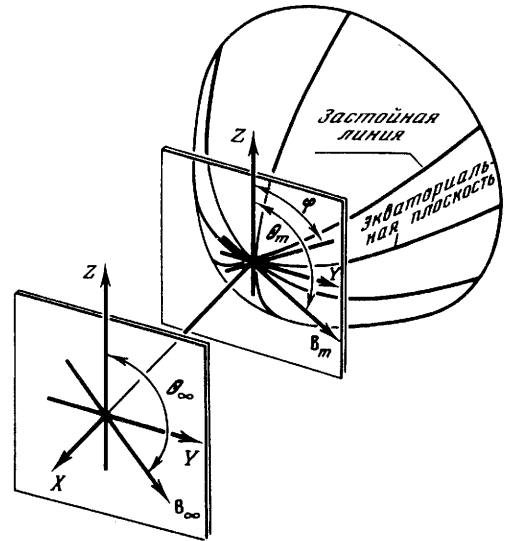
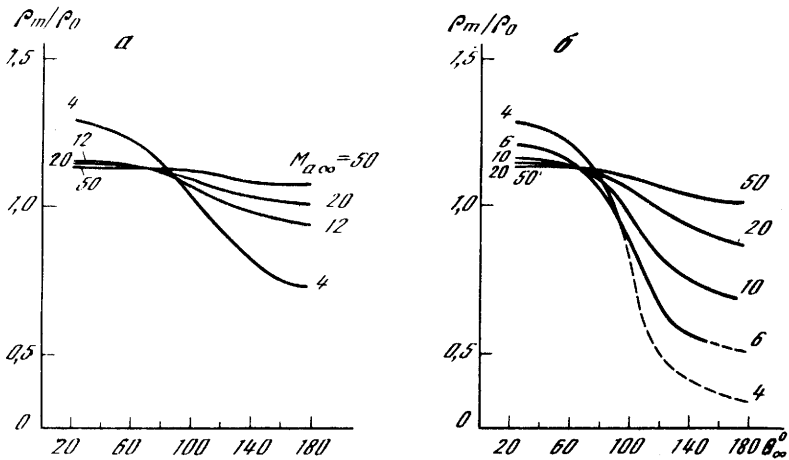


Рис. 4.7. Зависимости  $\rho_m/\rho_0$  от ориентации ММП при  $M_{am} = 0,2$  (а) и  $0,1$  (б) [Pudovkin et al., 1982]



сано в форме (4.11) и (4.12) соответственно. При этом ориентация застойной линии зависит от взаимной ориентации магнитных полей Земли и солнечного ветра вблизи подсолнечной точки на магнитопаузе в соответствии с формулой [Yeh, 1976]

$$\operatorname{tg} \varphi = (-3 \pm \sqrt{9 + 8 \operatorname{tg}^2 \theta_m}) / 2 \operatorname{tg} \theta_m. \quad (4.15)$$

где  $\varphi$  – угол, отсчитываемый (в плоскости  $YZ$ ) по часовой стрелке от оси  $Z$  (в солнечно-магнитосферной системе координат) до застойной линии (рис. 4.6); знак "плюс" для  $0 \leq \theta_m < \pi/2$ , знак "минус" для  $\pi/2 < \theta_m \leq \pi$ . В отличие от формулы (1.1) здесь  $\theta_m$  – угол между осью  $Z$  и вектором  $V_m$  непосредственно на магнитопаузе, в общем случае не совпадающий с углом  $\theta_\infty$  в невозмущенном солнечном ветре.

Граничные условия при этом в соответствии с (4.14) принимают вид

$$v_m = M_{am} B_m \sin(\theta_m - \varphi) / \sqrt{4\pi\rho_m}. \quad (4.16)$$

Основные результаты выполненного анализа состоят в следующем.

На рис. 4.7, а, б показана относительная величина плотности плазмы на магнитопаузе в зависимости от ориентации ММП при разных значениях числа Маха–Альфвена в солнечном ветре. Из приведенных графиков видно, что при  $\theta_\infty < 90^\circ$  плотность плазмы на

магнитопаузе мало отличается от таковой на фронте отошедшей ударной волны (лишь в случае очень сильного магнитного поля, характеризуемого  $M_{a\infty} = 4$ ,  $(\rho_m/\rho_0)_{\theta=0} = 1,3$  вместо 1,1 в чисто газодинамическом случае).

При  $\theta_\infty > 90^\circ$  плотность плазмы на магнитопаузе начинает уменьшаться с ростом угла  $\theta_\infty$ . При этом глубина депрессии в  $\rho_m$  заметно возрастает с уменьшением числа Маха–Альфвена  $M_{am}$ .

На рис. 4.8 приведены для разных значений  $M_{a\infty}$  величины углов  $\theta_m$  и  $\varphi$  в зависимости от ориентации ММП ( $\theta_\infty$ ) при  $M_{am} = 0,1$ . Видно, что направление магнитного поля на магнитопаузе может существенно отличаться от направления ММП в невозмущенном солнечном ветре. В частности, при  $\theta_m = 60 \div 90^\circ$  имеет место довольно интересное явление:  $Z$ -компонента магнитного поля вблизи магнитопаузы оказывается отрицательной, хотя в невозмущенном солнечном ветре она является положительной.

На рис. 4.9 представлено магнитное поле на магнитопаузе ( $\beta_m = B_m/\sqrt{4\pi\rho_\infty v_\infty^2}$ ) в зависимости от ориентации ММП (угол  $\theta_\infty$ ) и величины числа Маха–Альфвена  $M_{a\infty}$ . Из рисунка видно, что при значениях  $M_{a\infty} \approx 10$ , типичных для солнечного ветра, магнитное поле на магнитопаузе оказывается порядка  $(0,4-0,8)\sqrt{4\pi\rho_\infty}$  при  $M_{am} = 0,2$  и  $(0,6-1,2)\sqrt{4\pi\rho_\infty}$  при  $M_{am} = 0,1$ , т.е. в 4–10 раз больше, чем в невозмущенном солнечном ветре. Этот результат в целом согласуется и с выводами упрощенных моделей [Пудовкин и др., 1981а,б,в], и с экспериментальными данными [Reiff et al., 1981; Crooker et al., 1982] относительно степени сжатия магнитного поля в переходной области (см. след. разд.). Кроме того, из рисунка видно, что интенсивность поля вблизи магнитопаузы зависит от ориентации ММП, с ростом угла  $\theta_\infty$  от 0 до  $180^\circ$  она увеличивается.

В связи с этим необходимо заметить следующее. Как видно из рис. 4.9, при преимущественно северном направлении ММП и относительно низком его значении ( $M_{a\infty} \geq 20$ ) плотность магнитной энергии остается малой ( $B^2/8\pi \ll p_T$ ) вплоть до самой магнитопаузы. Однако для того чтобы магнитное поле могло соответствующим образом изменить топологию течения, плотность его энергии должна быть соизмеримой с тепловым давлением плазмы. Таким образом, при  $M_{a\infty} > 20$  полученный результат не обеспечивает выполнения исходного предположения о существенной роли магнитного поля в формировании течения. Это обстоятельство является результатом принятой в расчетах упрощенной модели течения, в которой застойная линия (в данном случае имеющая почти продольное направление) понималась в буквальном смысле как линия, на которой  $v = 0$ . В действительности же, как мы уже говорили, плазма может частично растекаться и вдоль застойной линии, являющейся, строго говоря, местом ветвления токовых линий. При этом магнитное поле должно заметно возрастать и в случае продольной застойной линии. Однако по мере увеличения магнитного поля скорость растекания вдоль застойной линии уменьшается и течение становится таким, как предполагается в расчетах Пудовкина и Хейна.

К сожалению, сколько-нибудь строгого решения проблемы в случае слабого ММП северного направления все еще не получено, в связи с чем уровень, ниже которого не может опускаться величина  $B_m$ , оценивается весьма приблизительно.

Таковы основные характеристики потока и магнитного поля в переходной области, предсказываемые моделью обтекания с застойной линией.

Рассмотрим, насколько хорошо согласуются эти предсказания с экспериментальными данными.

Прежде всего, как мы уже говорили, существование застойной линии самым тесным образом связано с процессом пересоединения силовых линий магнитного поля. В то же время в ряде работ сама идея о пересоединении магнитных полей на магнитопаузе подвергается сомнению [Heikkila, 1975]. Поэтому чрезвычайно важными представляются результаты наблюдений на спутниках ISEE-1 и ISEE-2 [Mozer et al., 1979; Paschmann et al., 1979; Sonnerup et al., 1981], показавшие следующее:

а) нормальная компонента магнитного поля на дневной магнитопаузе в среднем от-

Рис. 4.8. Зависимость ориентации вектора магнитного поля на магнитопаузе  $\theta_m$  и застойной линии  $\varphi$  от ориентации ММП  $\theta_\infty$  [Pudovkin et al., 1982]

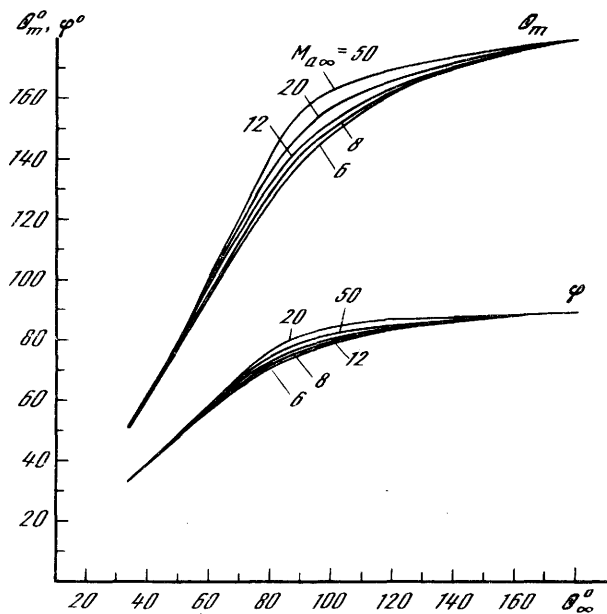
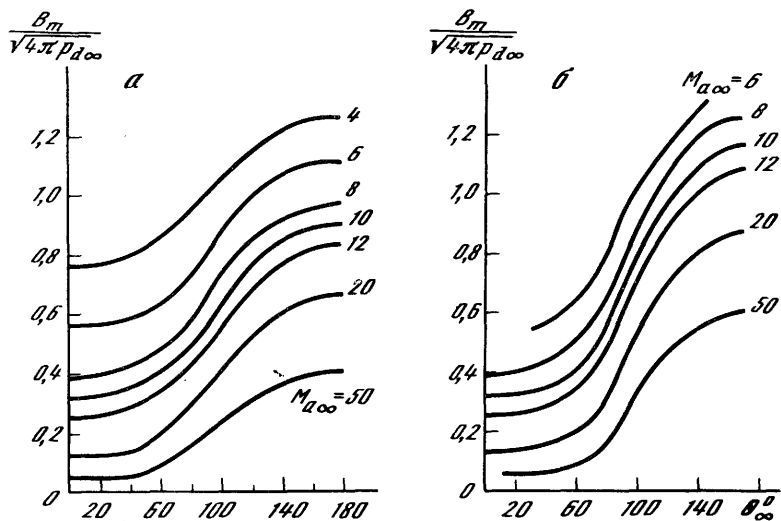


Рис. 4.9. Зависимость магнитного поля на магнитопаузе  $\beta$  (в единицах  $\sqrt{4\pi p_{d\infty}}$ ) от ориентации ММП при  $M_{\alpha m} = 0,2$  (а) и  $0,1$  (б)



лична от нуля ( $B_n \approx 3$  нТл) и направлена к Земле в северном полушарии и от Земли — в южном;

б) на дневной магнитопаузе и в ее окрестностях существует тангенциальное по отношению к магнитопаузе электрическое поле с интенсивностью около 1 мВ/м;

в) в окрестностях магнитопаузы наблюдаются интенсивные потоки ускоренной плазмы, направленные от низких широт к высоким.

Перечисленные данные убедительным образом свидетельствуют о том, что пересечение магнитных полей на магнитопаузе действительно имеет место. При этом конфигурация течения, скорее всего, подобна конфигурации, показанной на рис. 4.4, в.

Магнитное поле в переходной области вблизи подсолнечной точки на магнитопаузе [Crooker et al., 1982]

$$B_m \approx 2 \sqrt{B_{1\infty} B_E}, \quad (4.17)$$

где  $B_E$  — магнитное поле внутри магнитосферы вблизи подсолнечной точки, рассчитываемое по наблюдаемому положению магнитопаузы в рамках модели Мида.

Полагая в соответствии с этой моделью  $B_E = \sqrt{8\pi\rho_{d\infty}}$  и учитывая, что  $B_{1\infty} = M_{a\infty}^{-1} \sqrt{4\pi\rho_{d\infty}}$ , из (4.17) получаем

$$B_m = 2 \sqrt[4]{2} M_{a\infty}^{0,5} \sqrt{4\pi\rho_{d\infty}}. \quad (4.17a)$$

Полученная эмпирическая зависимость величины  $B_m/\sqrt{4\pi\rho_{d\infty}}$  от  $M_{a\infty}$  представлена на рис. 4.10 (кривая 1). К сожалению, в работе [Crooker et al., 1982] не указана ориентация вектора ММП во время рассматриваемых событий, вследствие чего детальное сопоставление приведенных в ней экспериментальных данных с предсказаниями модели оказывается затруднительным. Однако известно, что в среднем ММП вытянуто вдоль паркеровских спиралей и лежит в плоскости эклиптики ( $|\theta_\infty| \approx \pi/2$ ). Поэтому на рис. 4.10 приведены также значения  $B_m$  ( $\theta = \pi/2$ ), рассчитанные в модели Пудовкина—Хейна при  $M_{am} = 0,2$  и  $M_{am} = 0,1$ . Видно, что форма теоретических кривых достаточно близка к экспериментальной. В то же время теоретическая величина  $B_m/\sqrt{4\pi\rho_{d\infty}}$ , рассчитанная при  $M_{am} = 0,2$ , оказывается в 1,5–2 раза меньше экспериментальной. При  $M_{am} = 0,1$  соответствие экспериментальных и теоретических данных несколько лучше, и при  $M_{a\infty} \leq 25$  (типичные значения  $M_{a\infty}$  в солнечном ветре) расхождение между ними не превышает 25%.

Повышенное значение магнитного поля солнечного ветра вблизи магнитопаузы и проникновение этого поля в магнитосферу приводят к заметному нарушению баланса давлений на магнитопаузе и к ее смещению по направлению к Земле [Kovner, Feldstein, 1973; Kuznetsova, Pudovkin, 1978; Пудовкин и др., 1981 а, б, в]. В рамках рассматриваемой модели баланс сил на магнитопаузе может быть записан в форме [Pudovkin et al., 1982]

$$\rho_m v_m^2 + p_m + B_m^2/8\pi = \frac{1}{8\pi} \left\{ \left[ \frac{2,4M_E}{(L_0 R_E)^3} - B_m \sin(\theta_m - \varphi) \sin \varphi \right]^2 + [B_m \sin(\theta_m - \varphi) \cos \varphi]^2 \right\}, \quad (4.18)$$

где  $L_0 R_E$  — расстояние до подсолнечной точки.

Отсюда непосредственно следует, что

$$L_0 = L_0^M \left\{ \frac{B_m}{(8\pi\rho_\infty v_\infty^2)^{1/2}} [\sin(\theta_m - \varphi) \sin \varphi + (2M_{am}^2 + \beta_m + 1 - \sin^2(\theta_m - \varphi) \cos^2 \varphi)^{1/2}] \right\}; \quad (4.19)$$

здесь  $L_0^M \equiv \frac{1}{R_E} \left[ \frac{(2,4M_E)^2}{8\pi\rho_\infty v_\infty^2} \right]^{1/6}$  — расстояние до дневной магнитопаузы в модели Мида—

Бирда. Значения  $B_m$ ,  $\theta_m$  и  $\varphi$  при заданных значениях  $M_{a\infty}$ ,  $B_\infty$ ,  $\theta_\infty$  снимаются с графиков, приведенных на рис. 4.8 и 4.9.

Расстояние до магнитопаузы, рассчитанное в рамках обсуждаемой модели, в зависимости от направления магнитного поля солнечного ветра при разных значениях  $M_{a\infty}$  и  $M_{am} = 0,2$  дано на рис. 4.11. Из рисунка видно, что по мере поворота вектора ММП к югу магнитопауза смещается к Земле и при среднем радиусе магнитосферы  $\sim 10R_E$  диапазон этих смещений составляет около  $1,5R_E$ , что полностью согласуется с данными работ [Maezawa, 1974; Formisano et al., 1979; Пудовкин и др., 1981а, б, в]. Таким образом, имеющиеся в нашем распоряжении экспериментальные данные в целом, по-видимому, подтверждают выводы модели, тем самым свидетельствуя о ее правдоподобии. Однако данных непосредственных измерений электрического или магнитного поля вблизи магнитопаузы, равно как и положения магнитопаузы, все еще слишком мало и явно недостаточно для того, чтобы сделать уверенные выводы относительно реаль-

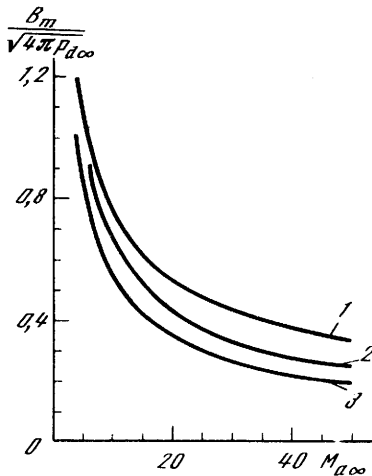


Рис. 4.10. Зависимость магнитного поля в переходной области вблизи магнитопаузы от величины  $M_{a\infty}$ . 1 – экспериментальные данные [Crooker et al., 1982]; 2, 3 – результаты расчетов в рамках модели [Pudovkin et al., 1982] при  $M_{am} = 0,1$  и  $0,2$  соответственно

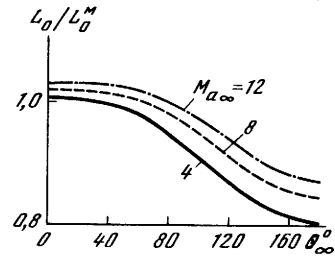


Рис. 4.11. Зависимость расстояния до магнитопаузы от ориентации ММП ( $\theta_\infty$ ) при разных значениях  $M_{a\infty}$  и  $M_{am} = 0,2$  [Pudovkin et al., 1982]

ности существования застойной линии и роли магнитного пересоединения в процессе взаимодействия солнечного ветра с магнитосферой Земли. В связи с этим обратимся к более косвенным, но в то же время более многочисленным и, что весьма существенно, более регулярным данным об электрических токах и полях в ионосфере полярных шапок Земли.

### 4.3. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПОЛЯ И ТОКИ В ПОЛЯРНЫХ ШАПКАХ ЗЕМЛИ

Образование застойной линии сопровождается и стимулируется развитием процессов пересоединения магнитных полей на магнитопаузе. Таким образом, застойная линия, по сути, аналогична линии пересоединения в моделях [Stern, 1973; Conzalez, Mozer, 1974; Yeh, 1976] и других. В связи с этим при исследовании интенсивности электрических полей на магнитопаузе и в полярной ионосфере можно воспользоваться результатами этих моделей. Соответствующий анализ был выполнен в работах [Пудовкин, Зайцева, 1983; Pudovkin et al., 1982]. Электрическое поле на магнитопаузе  $E_1^m$ , параллельное застойной линии, и разность потенциалов вдоль этой линии  $\Delta\Phi_l$  определяются соответственно формулами (1.4а) и (1.4б). Проектируя вектор  $E_l$  на оси  $Y$  и  $Z$  солнечно-магнитосферной системы координат и учитывая, что в соответствии с приведенными выше результатами в окрестностях застойной линии  $v_s B_s = v_\infty B_\infty$ , находим, что вне запрещенного для пересоединения диапазона углов, т.е. при  $|\theta| > |\theta_{кр}|$ ,

$$E_y^m = (1/c)v_\infty B_{\perp\infty} \sin(\theta_\infty - \varphi) \sin \varphi, \quad (4.20)$$

$$E_z^m = (1/c)v_\infty B_{\perp\infty} \sin(\theta_\infty - \varphi) \cos \varphi.$$

Заметим, что в условиях магнитного пересоединения ( $B_n \neq 0$ ) поле  $E_z^m$  на магнитопаузе направлено не вдоль силовых линий магнитного поля, как это предполагается, например, в работах [Kan, Lee, 1979; Gonzalez W.D., Gonzalez A.L., 1981], а перпендикулярно ему.

Для количественного сопоставления электрических полей в полярной ионосфере и соответствующих геомагнитных возмущений, развивающихся в полярных шапках,

с электрическими полями на магнитопаузе прежде всего необходимо спроектировать эти поля на ионосферу. Очевидно, что результаты такого проектирования зависят от конфигурации силовых линий магнитного поля, вдоль которых производится перенос электрического потенциала. Поскольку конфигурация последних в магнитосфере, и особенно вблизи магнитопаузы, неизвестна, мы будем для простоты считать, что, как и в случае дипольного поля,  $Y$ -компонента электрического поля на магнитопаузе вблизи подсолнечной точки преобразуется в ионосфере в компоненту утро–вечер  $E_y^i$ , а  $Z$ -компонента поля  $E^m$  – в компоненту ночь–день  $E_x^i$ . Первая из них ответственна, по-видимому, за возмущения геомагнитного поля типа  $DP2$ , а вторая – типа  $DP4$ .

Изменение расстояния между силовыми линиями магнитного поля и соответственно степень усиления компонент электрического поля при их проектировании в ионосферу оценим из следующих соображений. Допустим, что квадратная площадка со сторонами  $l^m$  вдоль осей  $Y$  и  $Z$  на магнитопаузе при проекции на ионосферу вдоль силовых линий геомагнитного поля трансформируется в прямоугольник со сторонами  $l_y^i$  и  $l_x^i = \kappa l_y$ . Тогда из условия сохранения магнитного потока имеем

$$B_n^m (l^m)^2 = B_i l_y^i l_x^i = B^i \kappa (l_y^i)^2, \quad (4.21)$$

где  $B_n^m$  – нормальная компонента магнитного поля на магнитопаузе и  $B^i$  – радиальная компонента магнитного поля в полярной ионосфере. Из (4.21) непосредственно следует, что электрическое поле в ионосфере

$$E_y^i = E_y^m \frac{l_y^m}{l_y^i} = E_y^m (\kappa B_i / B_n^m)^{1/2}, \quad (4.22)$$

$$E_x^i = E_z^m \frac{l_z^m}{l_x^i} = E_z^m \left( \frac{1}{\kappa} \frac{B_i}{B_n^m} \right)^{1/2}.$$

Магнитное поле в переходной области вблизи магнитопаузы в первом приближении  $B_m \approx \sqrt{4 \pi \rho_\infty v_\infty^2}$ ; его нормальная к магнитопаузе компонента, вообще говоря, неизвестна; пусть она составляет некоторую малую долю величины  $B^m$ :

$$B_n^m = f B_m^m = f \sqrt{4 \pi \rho_\infty v_\infty^2}, \quad (4.23)$$

где  $f \ll 1$ .

Подставляя выражения (4.20) и (4.23) в (4.22), при  $|\theta| \gg |\theta_{кр}|$  имеем

$$E_y^i = A_y B_{1\infty} v_\infty^{1/2} n_\infty^{-1/4} \sin(\theta_\infty - \varphi) \sin \varphi, \quad (4.24)$$

$$E_x^i = A_x B_{1\infty} v_\infty^{1/2} n_\infty^{-1/4} \sin(\theta_\infty - \varphi) \cos \varphi,$$

где  $A_y = \frac{1}{c} \left( \frac{\kappa B_i}{f \sqrt{4 \pi m_p}} \right)^{1/2}$  и  $A_x = \frac{1}{c} \left( \frac{B_i}{\kappa f \sqrt{4 \pi m_p}} \right)^{1/2}$  – слабо зависящие от параметров

солнечного ветра коэффициенты.

Разность потенциалов на магнитопаузе также может быть представлена как сумма разностей потенциалов вдоль параллели и вдоль меридиана, и при  $|\theta| > |\theta_{кр}|$

$$\begin{aligned} \Delta \Phi_y^m &= \frac{1}{c} v_\infty B_{1\infty} L_n \sin(\theta_\infty - \varphi) \sin \varphi |\sin \varphi|, \\ \Delta \Phi_z^m &= \frac{1}{c} v_\infty B_{1\infty} L_n \sin(\theta_\infty - \varphi) \cos^2 \varphi. \end{aligned} \quad (4.25)$$

В отличие от рассмотренных в гл. 1 "вакуумных" моделей открытой магнитосферы, в которых ширина "окна" на магнитопаузе неизвестна или находится путем подгонки

результатов модели к экспериментальным данным, длина застойной линии  $L_n$  в рамках рассматриваемой модели естественным образом определяется параметрами солнечного ветра в соответствии с формулой (4.7). Подставляя величину  $L_n$  из (4.7) в (4.21), находим

$$\Delta\Phi_y^m = \frac{1}{c} \frac{B_{1\infty}^2 D_m}{\beta_m \sqrt{4\pi\rho_\infty}} \frac{\rho_m}{\rho_0} \frac{\rho_0}{\rho_\infty} \sin(\theta_\infty - \varphi) \sin\varphi |\sin\varphi|, \quad (4.26)$$

$$\Delta\Phi_z^m = \frac{1}{c} \frac{B_{1\infty}^2 D_m}{\beta_m \sqrt{4\pi\rho_\infty}} \frac{\rho_m}{\rho_0} \frac{\rho_0}{\rho_\infty} \sin(\theta_\infty - \varphi) \cos^2\varphi.$$

При вычислении  $\Delta\Phi$  по этим формулам значение  $\beta_m = B_m / \sqrt{4\pi\rho_\infty v_\infty^2}$  при заданных значениях  $M_{a\infty}$  и  $\theta_\infty$  снимается с графиков, представленных на рис. 4.9;  $\rho_m/\rho_0$  — с графиков на рис. 4.7; скачок плотности плазмы (и магнитного поля) на отошедшей ударной волне при  $\gamma = 2$  ( $\gamma$  — показатель адиабаты) [Pudovkin et al., 1982]

$$\frac{\rho_0}{\rho_\infty} = \frac{B_0}{B_\infty} = \frac{3}{2/M_\infty^2 + 4/M_A^2 + 1}. \quad (4.27)$$

При проектировании в ионосферу разность потенциалов  $\Delta\Phi$ , существующая на магнитопаузе, в отличие от поля  $E$  передается без искажений (если не учитывать эффектов аномального сопротивления или двойных слоев [Липеровский, Пудовкин, 1983]), в связи с чем формулы (4.26) оказываются справедливыми также и применительно к ионосфере.

Из формул (4.24) и (4.26) видно, что в рамках обсуждаемой модели электрические поля в высокоширотной ионосфере должны обладать следующими свойствами.

1. Обе компоненты поля ( $E_y$  и  $E_x$ ) в шапке пропорциональны а) модулю  $B_{1\infty}$ ; б) корню квадратному из скорости солнечного ветра. Кроме того, имеет место слабая зависимость ( $\sim n^{-1/4}$ ) величины  $E_y$  от плотности плазмы солнечного ветра.

2. Разность потенциалов через полярную шапку а) пропорциональна квадрату интенсивности магнитного поля солнечного ветра ( $B_{1\infty}^2$ ); б) не зависит от скорости солнечного ветра; в) обратно пропорциональна корню квадратному из плотности солнечного ветра.

3. Как и во всех других моделях с пересоединением, а) величины  $E_y$  и  $\Delta\Phi_y$  зависят от ориентации ММП таким образом, что  $E_y$  и  $\Delta\Phi_y$  максимальны при ММП, направленном к югу, и быстро уменьшаются (но сохраняют свой знак) с поворотом ММП к северу; б)  $E_x$  и  $\Delta\Phi_x$  меняют знак при изменении знака  $B_y$  ММП.

Сопоставим полученные результаты с экспериментальными данными.

Обратимся к формуле (4.24). Величина множителя  $f_y(\theta_\infty) = \sin(\theta_\infty - \varphi) \sin\varphi$  представлена на рис. 4.12, где кривая 1 соответствует модели холодной плазмы [Пудовкин, Зайцева, 1983], когда  $\varphi \approx \theta_\infty/2$ ; кривая 2 — модели [Pudovkin et al., 1982] при  $M_{am} = 0,2$  (нижний предел  $M_{am}$ , полученных по спутниковым данным [Sonnerup et al., 1981]). Как видно из рисунка, величина  $f_y(\theta_\infty)$  в последнем случае достаточно хорошо аппроксимируется функцией  $\sin^4\theta_\infty/2$  (кривая 3). По-видимому, в реальном случае кривая  $f_y(\theta_\infty)$  лежит где-то между приведенными кривыми и функция  $f_y(\theta_\infty)$  может быть представлена в виде

$$f_y(\theta_\infty) \approx \sin^k(\theta_\infty/2), \quad (4.28)$$

где  $2 < k < 4$ ; реальное значение показателя  $k$  определим ниже по экспериментальным данным.

К сожалению, результатов прямых наблюдений электрического поля в полярной ионосфере в нашем распоряжении не было. В связи с этим в качестве величины, пропорциональной этому полю, использовались магнитные возмущения в полярной шапке

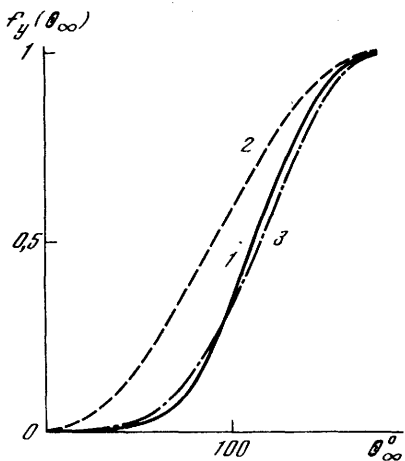
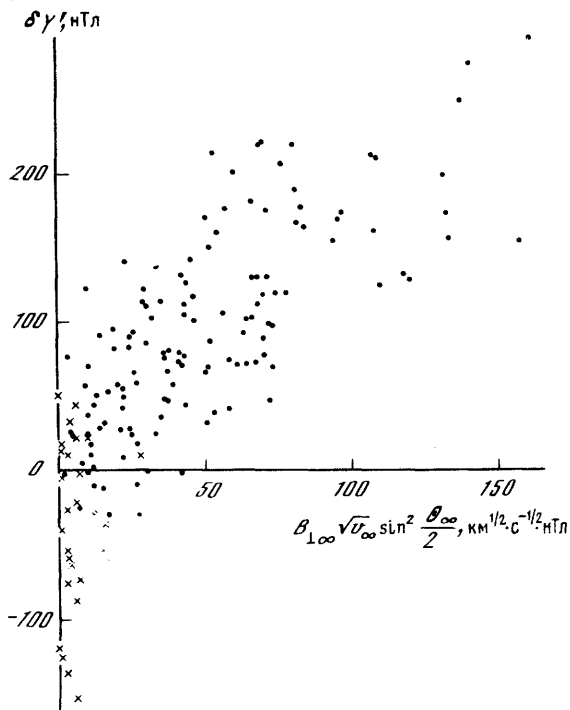


Рис. 4.12. Вид угловой функции  $f_y(\theta_\infty) = \sin(\theta_\infty - \varphi) \sin \varphi$  при  $M_{a\infty} = 20$

Рис. 4.13. Зависимость геомагнитного возмущения  $\delta Y'$  от функции  $F_{y1} = B_{1\infty} \sqrt{v_\infty} \sin^2(\theta_\infty/2)$  [Пудовкин, Зайцева, 1983]



в летнее время, когда проводимость ионосферы максимальна и достаточно однородна. Если считать, как это обычно делается, что наблюдаемое на поверхности Земли магнитное возмущение обусловлено холловской компонентой ионосферных токов, то величину  $E_y$  следует сопоставлять с утренне-вечерней компонентой вектора магнитного возмущения и  $E_x$  — с компонентой возмущения, параллельной линии Солнце—Земля.

На рис. 4.13 показана зависимость среднечасовых значений  $Y'$ -компоненты магнитных возмущений на обсерватории Алерт ( $\Phi = 85,7^\circ$ ;  $\Lambda = 118,6^\circ$ ) в полуденные (по геомагнитному времени) часы (9–15 ч MLT) в июне—июле 1968 и 1969 гг. от величины  $F_{y1} = B_{1\infty} \sqrt{v_\infty} \sin^2(\theta_\infty/2)$ , пропорциональной полю  $E_y$  в ионосфере (слабой зависимостью от  $n$  мы пренебрегли). Величина  $\delta Y'$  определялась как проекция вектора возмущения, отсчитываемого от спокойного зимнего дня, на линию, ортогональную линии Земля—Солнце. Крестиками помечены случаи, когда вектор магнитного поля солнечного ветра  $B_{1\infty}$  находился внутри сектора, запрещенного для пересоединения ( $|\theta_\infty| \leq 50^\circ$ ). Из рисунка видно, что большинство экспериментальных точек действительно группируется вокруг некоторой прямой, подтверждая тем самым взаимную пропорциональность наблюдаемых и теоретических значений  $\delta Y'$ .

В тех случаях, когда вектор  $B_{1\infty}$  находится внутри запрещенного диапазона углов  $|\theta| \leq |\theta_{кр}|$ , связь между интенсивностью  $\delta Y'$  и величиной  $F_{y1}$ , заметно нарушается; в частности, в это время могут появляться интенсивные отрицательные возмущения  $\delta Y'$ . Возмущения этого типа соответствуют, скорее всего, вариациям типа DP3 (см. гл. 1), которые связывают с ММП северного направления. Заметим, что появление таких возмущений носит явно выраженный вероятностный характер: при локализации  $B_{1\infty}$  в рассматриваемом секторе могут наблюдаться как возмущения типа DP2 ( $\delta Y' > 0$ ), так и возмущения типа DP3 ( $\delta Y' < 0$ ) (см. рис. 4.13). Можно полагать, что возмущения типа DP3 связаны со спонтанным развитием процессов пересоединения на высокоширотной магнитопаузе (см. гл. 3). К сожалению, спонтанное пересоединение исследовано еще очень мало, в связи с чем рассчитать численные параметры поля  $E$ , возникающего в ходе такого пересоединения, пока не удастся.



Но вернемся к формуле (4.24). Одним из существенных выводов модели является утверждение о том, что величина  $E_y$  должна быть пропорциональна не скорости солнечного ветра, как это можно было бы предполагать на основании формулы (4.20), но корню квадратному из нее. К сожалению, сделать такое заключение на основании одного лишь рис. 4.13 невозможно; разброс точек на графике относительно велик (коэффициент корреляции  $r$  между наблюдаемыми и теоретическими значениями  $\delta Y'$  равен 0,77), а диапазон изменений скорости солнечного ветра достаточно мал ( $v = 400 \div 600$  км/с). При этом коэффициент корреляции возмущения  $\delta Y'$  с величиной  $F_{y2} = v B_{1\infty} \sin^2(\theta_\infty/2)$  оказывается таким же ( $r = 0,77$ ). Исследуем линейность связи между величинами  $\delta Y'$ ,  $F_{y1}$  и  $F_{y2}$ . С этой целью разделим все точки на рис. 4.13 на две группы, соответствующие  $v_\infty < 450$  км/с и  $v > 450$  км/с, и подсчитаем коэффициенты пропорциональности  $a_1$  и  $a_2$  между величинами  $\delta Y'$  и  $F_{y1}$  или  $F_{y2}$  соответственно для этих двух групп. Получим, что для группы точек с  $v_\infty < 450$  км/с  $a_1 = 1,40$ ,  $a_2 = 0,62$ , а для точек с  $v_\infty > 450$  км/с  $a_1 = 1,34$ ;  $a_2 = 0,34$ .

Коэффициент пропорциональности  $a_1$  оказывается почти одинаковым для обеих групп точек, т.е. связь между  $\delta Y'$  и  $F_{y1}$  линейная, тогда как коэффициент  $a_2$  заметно убывает с ростом скорости  $v_\infty$ . Следовательно, магнитные возмущения (соответственно и электрическое поле) в полярных шапках действительно пропорциональны не скорости солнечного ветра, но корню квадратному из нее.

Рассмотрим теперь угловую функцию (4.28), определяющую, в частности, относительную роль компонент ММП в развитии магнитных возмущений в полярных шапках. Подставляя (4.28) в (4.24), разложим функцию  $E^i(\theta_\infty, B_{1\infty}, v)$  в ряд Тейлора в окрестностях точки  $(\pi/2, 0, v_{cp})$  и, ограничиваясь первыми членами разложения, получим

$$E_y^i = A_y B_{1\infty} \sin^k \left( \frac{\theta_\infty}{2} \right) \frac{\delta v_\infty}{2\sqrt{v_{cp}}} + \frac{k}{2} A_y B_{1\infty} \sqrt{v_{cp}} \sin^{(k-1)} \frac{\theta_\infty}{2} \times \\ \times \cos \frac{\theta_\infty}{2} \delta \theta_\infty + A_y \sqrt{v_{cp}} \sin^k \left( \frac{\theta_\infty}{2} \right) \delta B_{1\infty} = \\ = A_y B_{1\infty} 2^{-(1+k)/2} \frac{\delta v_\infty}{\sqrt{v_{cp}}} - A_y k \sqrt{v_{cp}} 2^{-(2+k)/2} \delta B_z + \\ + A_y \sqrt{v_{cp}} 2^{-k/2} \delta |B_y|.$$

Формула (4.29) дает в явном виде зависимость электрического поля в полярной шапке (компонента утро-вечер) от  $Z$ -компоненты и модуля  $Y$ -компоненты магнитного поля солнечного ветра. При этом, как видно из этой формулы, относительная "чувствительность" поля  $E_y^i$  к вариациям  $B_z$  и  $|B_y|$  ММП

$$e_z/e_y \approx k/2. \quad (4.30)$$

Зависимость интенсивности магнитных возмущений от  $|B_y|$  ММП исследовалась В.В. Шеломенцевым [1976], который показал, что существует отчетливая связь между величинами  $AU$ - и  $a_p$ -индексов и  $|B_y|$ . Однако значение этих индексов определяется не только электрическим полем на магнитопаузе, но и проводимостью ионосферы, конфигурацией зоны высыпания частиц, поляризацией внутримангнитосферной плазмы,  $DCF$ - и  $DR$ -токами и т.д. Поэтому обнаруженная В.В. Шеломенцевым зависимость  $AU$ - и  $a_p$ -индексов от модуля  $|B_y|$  не может служить прямым доказательством справедливости рассматриваемой модели. В связи с этим обратимся к данным непосредственных наблюдений магнитных возмущений в полярных шапках в зависимости от величин  $B_z$  и  $|B_y|$  ММП [Пудовкин, Зайцева, 1983].

На рис. 4.14 представлены зависимости величины  $\delta Y'$  от  $|B_y|$  и  $B_z$  ММП в полуден-

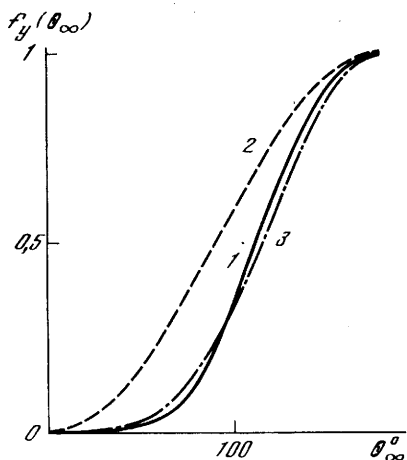


Рис. 4.12. Вид угловой функции  $f_y(\theta_\infty) = \sin(\theta_\infty - \varphi) \sin \varphi$  при  $M_a = 20$

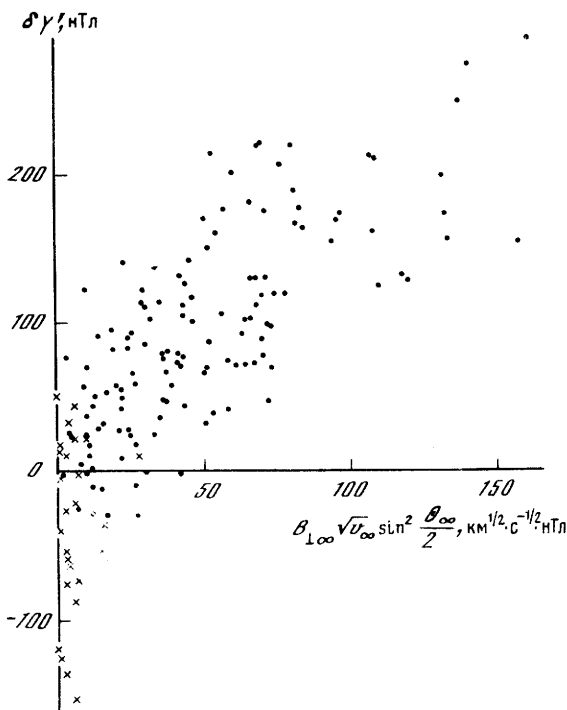


Рис. 4.13. Зависимость геомагнитного возмущения  $\delta Y'$  от функции  $F_{y1} = B_{1\infty} \sqrt{v_\infty} \sin^2(\theta_\infty/2)$  [Пудовкин, Зайцева, 1983]

в летнее время, когда проводимость ионосферы максимальна и достаточно однородна. Если считать, как это обычно делается, что наблюдаемое на поверхности Земли магнитное возмущение обусловлено холловской компонентой ионосферных токов, то величину  $E_y$  следует сопоставлять с утренне-вечерней компонентой вектора магнитного возмущения и  $E_x$  — с компонентой возмущения, параллельной линии Солнце—Земля.

На рис. 4.13 показана зависимость среднечасовых значений  $Y'$ -компоненты магнитных возмущений на обсерватории Алерт ( $\Phi = 85,7^\circ$ ;  $\Lambda = 118,6^\circ$ ) в полуденные (по геомагнитному времени) часы (9–15 ч MLT) в июне–июле 1968 и 1969 гг. от величины  $F_{y1} = B_{1\infty} \sqrt{v_\infty} \sin^2(\theta_\infty/2)$ , пропорциональной полю  $E_y^i$  в ионосфере (слабой зависимостью от  $n$  мы пренебрегли). Величина  $\delta Y'$  определялась как проекция вектора возмущения, отсчитываемого от спокойного зимнего дня, на линию, ортогональную линии Земля—Солнце. Крестиками помечены случаи, когда вектор магнитного поля солнечного ветра  $B_{1\infty}$  находился внутри запрещенного для пересоединения ( $|\theta_\infty| \leq 50^\circ$ ). Из рисунка видно, что большинство экспериментальных точек действительно группируется вокруг некоторой прямой, подтверждая тем самым взаимную пропорциональность наблюдаемых и теоретических значений  $\delta Y'$ .

В тех случаях, когда вектор  $B_{1\infty}$  находится внутри запрещенного диапазона углов  $|\theta| \leq |\theta_{кр}|$ , связь между интенсивностью  $\delta Y'$  и величиной  $F_{y1}$  заметно нарушается; в частности, в это время могут появляться интенсивные отрицательные возмущения  $\delta Y'$ . Возмущения этого типа соответствуют, скорее всего, вариациям типа DP3 (см. гл. 1), которые связывают с ММП северного направления. Заметим, что появление таких возмущений носит явно выраженный вероятностный характер: при локализации  $B_{1\infty}$  в рассматриваемом секторе могут наблюдаться как возмущения типа DP2 ( $\delta Y' > 0$ ), так и возмущения типа DP3 ( $\delta Y' < 0$ ) (см. рис. 4.13). Можно полагать, что возмущения типа DP3 связаны со спонтанным развитием процессов пересоединения на высокоширотной магнитопаузе (см. гл. 3). К сожалению, спонтанное пересоединение исследовано еще очень мало, в связи с чем рассчитать численные параметры поля  $E$ , возникающего в ходе такого пересоединения, пока не удастся.

Но вернемся к формуле (4.24). Одним из существенных выводов модели является утверждение о том, что величина  $E_y$  должна быть пропорциональна не скорости солнечного ветра, как это можно было бы предполагать на основании формулы (4.20), но корню квадратному из нее. К сожалению, сделать такое заключение на основании одного лишь рис. 4.13 невозможно; разброс точек на графике относительно велик (коэффициент корреляции  $r$  между наблюдаемыми и теоретическими значениями  $\delta Y'$  равен 0,77), а диапазон изменений скорости солнечного ветра достаточно мал ( $v = 400 \div 600$  км/с). При этом коэффициент корреляции возмущения  $\delta Y'$  с величиной  $F_{y2} = v B_{1\infty} \sin^2(\theta_\infty/2)$  оказывается таким же ( $r = 0,77$ ). Исследуем линейность связи между величинами  $\delta Y'$ ,  $F_{y1}$  и  $F_{y2}$ . С этой целью разделим все точки на рис. 4.13 на две группы, соответствующие  $v_\infty < 450$  км/с и  $v > 450$  км/с, и подсчитаем коэффициенты пропорциональности  $a_1$  и  $a_2$  между величинами  $\delta Y'$  и  $F_{y1}$  или  $F_{y2}$  соответственно для этих двух групп. Получим, что для группы точек с  $v_\infty < 450$  км/с  $a_1 = 1,40$ ,  $a_2 = 0,62$ , а для точек с  $v_\infty > 450$  км/с  $a_1 = 1,34$ ,  $a_2 = 0,34$ .

Коэффициент пропорциональности  $a_1$  оказывается почти одинаковым для обеих групп точек, т.е. связь между  $\delta Y'$  и  $F_{y1}$  линейная, тогда как коэффициент  $a_2$  заметно убывает с ростом скорости  $v_\infty$ . Следовательно, магнитные возмущения (соответственно и электрическое поле) в полярных шапках действительно пропорциональны не скорости солнечного ветра, но корню квадратному из нее.

Рассмотрим теперь угловую функцию (4.28), определяющую, в частности, относительную роль компонент ММП в развитии магнитных возмущений в полярных шапках. Подставляя (4.28) в (4.24), разложим функцию  $E^i(\theta_\infty, B_{1\infty}, v)$  в ряд Тейлора в окрестностях точки  $(\pi/2, 0, v_{cp})$  и, ограничиваясь первыми членами разложения, получим

$$\begin{aligned} E_y^i &= A_y B_{1\infty} \sin^k \left( \frac{\theta_\infty}{2} \right) \frac{\delta v_\infty}{2\sqrt{v_{cp}}} + \frac{k}{2} A_y B_{1\infty} \sqrt{v_{cp}} \sin^{(k-1)} \frac{\theta_\infty}{2} \times \\ &\times \cos \frac{\theta_\infty}{2} \delta \theta_\infty + A_y \sqrt{v_{cp}} \sin^k \left( \frac{\theta_\infty}{2} \right) \delta B_{1\infty} = \\ &= A_y B_{1\infty} 2^{-(1+k)/2} \frac{\delta v_\infty}{\sqrt{v_{cp}}} - A_y k \sqrt{v_{cp}} 2^{-(2+k)/2} \delta B_z + \\ &+ A_y \sqrt{v_{cp}} 2^{-k/2} \delta |B_y|. \end{aligned}$$

Формула (4.29) дает в явном виде зависимость электрического поля в полярной шапке (компонента утро—вечер) от  $Z$ -компоненты и модуля  $Y$ -компоненты магнитного поля солнечного ветра. При этом, как видно из этой формулы, относительная "чувствительность" поля  $E_y^i$  к вариациям  $B_z$  и  $|B_y|$  ММП

$$e_z/\epsilon_y \approx k/2. \quad (4.30)$$

Зависимость интенсивности магнитных возмущений от  $|B_y|$  ММП исследовалась В.В. Шеломенцевым [1976], который показал, что существует отчетливая связь между величинами  $AU$ - и  $a_p$ -индексов и  $|B_y|$ . Однако значение этих индексов определяется не только электрическим полем на магнитопаузе, но и проводимостью ионосферы, конфигурацией зоны высыпания частиц, поляризацией внутримангнитосферной плазмы,  $DCF$ - и  $DR$ -токами и т.д. Поэтому обнаруженная В.В. Шеломенцевым зависимость  $AU$ - и  $a_p$ -индексов от модуля  $|B_y|$  не может служить прямым доказательством справедливости рассматриваемой модели. В связи с этим обратимся к данным непосредственных наблюдений магнитных возмущений в полярных шапках в зависимости от величин  $B_z$  и  $|B_y|$  ММП [Пудовкин, Зайцева, 1983].

На рис. 4.14 представлены зависимости величины  $\delta Y'$  от  $|B_y|$  и  $B_z$  ММП в полуден-

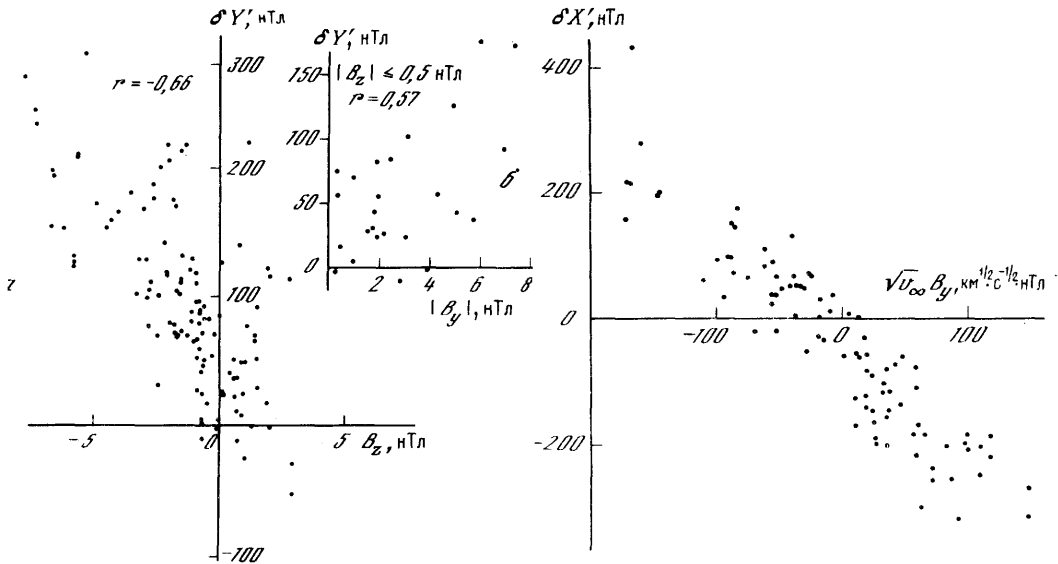


Рис. 4.14. Зависимости величины  $\delta Y'$  от компонент ММП  $B_z$  (а) и  $B_y$  (б) [Пудовкин, Зайцева, 1983]

Рис.4.15. Зависимость магнитных возмущений  $\delta X'$  (компонента ночь—день) от величины  $\sqrt{v_\infty} B_y$  [Пудовкин, Зайцева, 1983]

Ст. Моулд-Бей, июнь—июль 1968 г.;  $r = -0,92$

ные (по магнитному времени) часы летних месяцев 1968 г. по данным той же обсерватории Алерт. Для исключения возможного влияния вариаций  $B_z$  ММП на вид зависимости  $\delta Y'$  ( $|B_y|$ ) на рис. 4.14, б приведены лишь точки, соответствующие условию  $|B_z| \leq 0,5$  нТл. Как видно из рисунка, величина  $\delta Y'$ , в полном соответствии с моделью, достаточно отчетливо зависит от модуля  $Y$ -компоненты магнитного поля солнечного ветра.

Сопоставляя рис. 4.14, а и б, имеем  $\epsilon_z/\epsilon_y = 1,5 \div 1,7$ , откуда при учете (4.30) находим, что показатель  $k$  степени  $\sin(\theta_\infty/2)$ , определяющий угловую зависимость  $E_y^i(\theta)$  составляет в среднем 3,0–3,4, т.е. лежит в диапазоне между величинами, предсказываемыми моделью холодной плазмы и моделью горячей плазмы.

Итак, основные закономерности в поведении величины  $E_y^i$ , предсказываемые моделью, достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными, что еще раз подтверждает справедливость развиваемой теории.

Обратимся теперь ко второй компоненте поля  $E^i$  в полярной шапке. Из формулы (4.24) видно, что в случае  $\varphi \approx \theta_\infty/2$  (справедливо в модели холодной плазмы)  $E_x^i \sim \sqrt{v_\infty} B_{1\infty} \sin \theta_\infty$ , т.е.  $E_x^i \sim \sqrt{v_\infty} B_y$ . На рис. 4.15 представлена зависимость  $\delta X'$  от  $\sqrt{v_\infty} B_y$ . Как видно из рисунка, связь между этими величинами действительно близка к линейной и является достаточно уверенной: коэффициент корреляции между ними  $r \approx -0,9$ . Таким образом, и  $X$ -компонента поля  $E^i$  в полярной шапке достаточно хорошо описывается обсуждаемой моделью.

Помимо электрического поля в полярной ионосфере, рассматриваемая модель обтекания магнитосферы солнечным ветром предсказывает также определенные закономерности в поведении разности потенциалов  $\Delta\Phi$  через полярную шапку (см. формулы (4.26) и вытекающие из них следствия). Детальный анализ поведения величины  $\Delta\Phi$  и ее связи с параметрами солнечного ветра по данным спутниковых наблюдений был выполнен в чрезвычайно интересных работах [Reiff et al., 1981; Wygant et al., 1983], некоторые результаты которых обсуждаются ниже.

На рис. 4.16 дана зависимость экспериментальных значений  $\Delta\Phi$  от модифицирован-

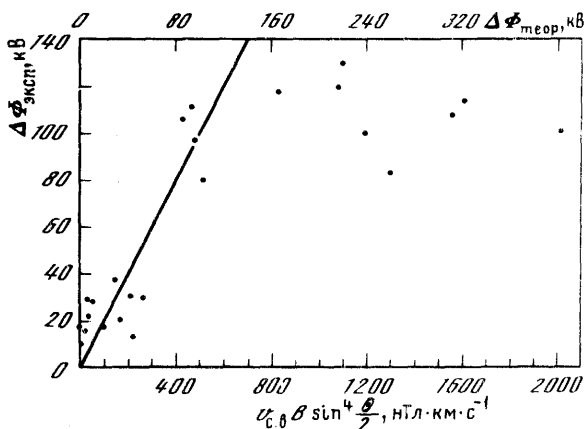


Рис. 4.16. Зависимость экспериментальных значений разности потенциалов в полярной шапке ( $\Delta\Phi$ ) от модифицированного индекса Акасофу–Перро (нижняя шкала) и эквивалентной ему расчетной разности потенциалов (верхняя шкала) [Wygant et al., 1983]

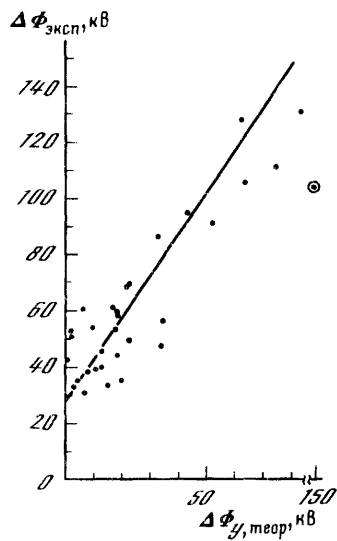


Рис. 4.17. Сопоставление экспериментальных и расчетных значений  $\Delta\Phi$  при  $M_{am} = 0,1$  [Пудовкин, Зайцева, 1983]

ного индекса Акасофу–Перро. Рисунок иллюстрирует типичную ситуацию: в то время как при малых значениях модельной разности потенциалов наблюдается отчетливая корреляция между  $\Delta\Phi_{\text{эксп}}$  и  $\Delta\Phi_{\text{теор}}$ , при достижении величиной  $\Delta\Phi_{\text{эксп}}$  значений 100–140 кВ она практически перестает увеличиваться с ростом модельных значений  $\Delta\Phi$ , т.е. наблюдается что-то вроде “насыщения” величины  $\Delta\Phi_{\text{эксп}}$ . В то же время в поведении электрического поля этот эффект либо не заметен вовсе, либо имеется в очень слабой степени (см., например, рис. 4.13 или 4.15). Отсюда напрашивается вывод о том, что наблюдаемое ограничение величины  $\Delta\Phi_{\text{эксп}}$  обусловлено соответствующим уменьшением размеров полярной шапки или длины застойной линии при увеличении поля  $E$ .

Обратимся в связи с этим к формулам (4.7) и (4.26), описывающим изменение величин  $L_n$  и  $\Delta\Phi_{\text{теор}}$  с изменением параметров солнечного ветра. И в самом деле, из формулы (4.7) видно, что  $L_n \sim U; B_m \sim (4\pi\rho_\infty v_\infty)^{-1/2}$ , т.е. при сохранении прочих параметров солнечного ветра рост скорости последнего, приводящий к пропорциональному росту интенсивности электрического поля на магнитопаузе, сопровождается уменьшением длины застойной линии, в результате чего величина  $\Delta\Phi$  вообще не зависит от скорости солнечного ветра. Увеличение же магнитного поля  $B_{1\infty}$ , как правило, сопровождается увеличением плотности плазмы в солнечном ветре, входящей в знаменатель выражений (4.7) и (4.26), что также ограничивает рост  $\Delta\Phi_{\text{теор}}$ . Кроме того, отношение  $\rho_m/\rho_0$  также заметно уменьшается (в случае южного ММП, соответствующего максимальным значениям  $\Delta\Phi$ ) с увеличением  $B_{1\infty}$  (см. рис. 4.11). Все это позволяет надеяться, что рассматриваемая модель позволит обеспечить значительно лучшее соответствие теоретических и экспериментальных данных, чем другие модели.

На рис. 4.17 показана величина  $\Delta\Phi_y$ , рассчитанная по формуле (4.26) при  $M_{am} = 0,1$ , в зависимости от значений величины  $\Delta\Phi_{\text{эксп}}$ , полученных в работе [Reiff et al., 1981]. Как видно из графика, связь между этими величинами оказывается линейной и коэффициент корреляции между ними равен  $r = 0,88$ . Исключением является одна точ-

ка (11.01.76 г.); однако соответствующее ей значение  $\Delta\Phi_{\text{эксп}}$  было получено при аномальных значениях параметров солнечного ветра ( $M_{a\infty} = 5$  вместо обычных  $M_{a\infty} > 10$ ) и во время сильной магнитной бури ( $K_p = 7$ ), в связи с чем достоверность этой величины может вызывать сомнения.

Коэффициент пропорциональности между величинами  $\Delta\Phi_{\text{эксп}}$  и  $\Delta\Phi_{\text{теор}}$  оказался равным 1,4 вместо ожидаемого 1,0, что может объясняться либо не совсем правильным выбором величины  $D_m$  (например, при  $D_m = 40R_E^2$  вместо принятых  $D_m = 30R_E$  коэффициент пропорциональности между исследуемыми величинами оказался бы равным единице), либо не вполне точным выполнением равенства (4.7). Тем не менее результаты расчетов по формуле (4.26) дают значения  $\Delta\Phi_y$ , значительно более близкие к эксперименту, чем другие рассмотренные выше модели.

Учитывая полученный ранее результат, позволяющий аппроксимировать произведение  $\sin(\theta_\infty - \varphi) \sin \varphi$  функцией  $\sin^3(\theta_\infty/2)$ , величину  $\Delta\Phi_y$  можно представить в виде

$$\Delta\Phi_y \approx \frac{B_{1\infty}^2 D_m \sin^4(\theta_\infty/2)}{\beta_m \sqrt{4\pi\rho_\infty}} \frac{\rho_{\dots}}{\rho_0} \frac{\rho_0}{\rho_\infty}. \quad (4.31')$$

Нетрудно видеть, что в главной своей части это выражение чрезвычайно близко к  $\epsilon$ -индексу Акасофу–Перро, с той разницей, что согласно (4.31)  $\Delta\Phi_y$  не зависит от скорости солнечного ветра (что полностью согласуется с результатами корреляционного анализа, выполненного в работах [Reiff et al., 1981; Sergeev, Kuznetsov, 1981]) и содержит дополнительные множители, ограничивающие рост  $\Delta\Phi_y$  при увеличении поля  $E$  в солнечном ветре.

Аналогичные результаты получаются также и в упрощенном варианте рассматриваемой модели, соответствующем приближению холодной плазмы [Пудовкин, Зайцева, 1983]; в этом случае

$$\sin(\theta_\infty - \varphi) \sin \varphi | \sin \varphi | \approx \sin^3(\theta_\infty/2), \quad r = 0,87 \quad \text{и}$$

$$\Delta\Phi_{\text{эксп}}/\Delta\Phi_{\text{теор}} = 1,2.$$

Таким образом, экспериментальные данные относительно закономерностей связи величины  $\Delta\Phi_y$  с параметрами солнечного ветра в целом, по-видимому, подтверждают выводы модели.

Остаточная разность потенциалов (порядка 30–50 кВ), наблюдаемая в полярной шапке при северном направлении ММП, объясняется в работе [Reiff et al., 1981] эффектом квазивязкого взаимодействия солнечного ветра с магнитосферой Земли. В то же время авторы работы [Wugant et al., 1983] приводят данные, согласно которым по крайней мере часть этой остаточной разности потенциалов обусловлена инерционностью трехмерных токовых систем и магнитосферно-ионосферной конвекции по отношению к быстрым изменениям направления поля  $E$  в солнечном ветре. Однако эти вопросы выходят за рамки обсуждаемой модели и далее рассматриваться не будут.

Итак, поведение электрических полей и разности потенциалов и полярной шапке достаточно хорошо согласуется с выводами модели, тем самым еще раз подтверждается ее справедливость.

#### 4.4. ОБЩАЯ КАРТИНА СТАЦИОНАРНОГО ОБТЕКАНИЯ МАГНИТОСФЕРЫ СОЛНЕЧНЫМ ВЕТРОМ

Суммируя результаты проведенного выше исследования, процесс стационарного обтекания магнитосферы солнечным ветром можно представить следующим образом.

При северном направлении в замороженного в солнечный ветер магнитного поля скачок магнитного поля на дневной магнитопаузе относительно мал и токи, текущие в переходном слое, полностью экранируют магнитосферу от проникновения в нее поля солнечного ветра. При этом в носовой части магнитопаузы образуется продольная

(т.е. параллельная  $\mathbf{B}$ ) застойная линия. Плотность плазмы и значение магнитного поля в магнитошисе в этом случае меняются от фронта ударной волны до магнитопаузы весьма незначительно. Тангенциальная компонента электрического поля и нормальная компонента магнитного поля равны нулю, и магнитосфера находится в "закрытом" состоянии. Однако, как было показано в работе [Reiff et al., 1981], электрическое поле в магнитосфере, обусловленное, по-видимому, квазивязким взаимодействием, существует и в этом случае.

На высокоширотной магнитопаузе геометрия магнитного поля (в этой области ММП антипараллельно полю в магнитосфере) представляется благоприятной для возникновения процесса пересоединения. Однако, поскольку стационарное электрическое поле на магнитопаузе в этом случае отсутствует, процесс этот не может быть стационарным и может осуществляться лишь в виде относительно кратковременных всплеск спонтанного пересоединения (см. разд. 2.4).

Допустим теперь, что вектор ММП начинает отклоняться от чисто северного направления.

При  $|\theta| > |\theta_{кр}|$  скачок магнитного поля на магнитопаузе превышает критический уровень, экранировка ММП токами на магнитопаузе делается невозможной и течение переходит в режим обтекания с поперечной застойной линией и с пересоединением магнитных полей солнечного ветра и Земли. При этом на магнитопаузе появляется нормальная компонента магнитного поля и тангенциальная компонента электрического, т.е. магнитосфера переходит в "открытое" состояние. Параметры плазмы и поля в переходной области описываются в этом случае рис. 4.11–4.17.

На высокоширотной магнитопаузе геометрия магнитного поля может по-прежнему оставаться благоприятной для возникновения процесса пересоединения. Однако электрическое поле на высокоширотной магнитопаузе направлено в рассматриваемом случае против электрических токов, т.е.  $(\mathbf{E} \cdot \mathbf{j}) < 0$ , в связи с чем вероятность спонтанного пересоединения полей в этой области с ростом величины угла  $\theta$  уменьшается.

Таким образом, физическое содержание механизма взаимодействия солнечного ветра с магнитосферой Земли определяется двумя противоположными по своему направлению и в то же время самым тесным образом связанными и взаимообусловленными процессами:

- 1) торможением солнечного ветра и увеличением магнитного поля в переходной области вблизи магнитопаузы;
- 2) пересоединением силовых линий магнитного поля Земли и солнечного ветра на магнитопаузе, сопровождаемым ускорением и разогревом плазмы.

Первый из этих процессов сопровождается переходом кинетической энергии в магнитную, тогда как в ходе второго происходит высвобождение магнитной энергии и ее превращение в кинетическую и тепловую энергии плазмы. Это обстоятельство позволяет провести аналогию между процессом обтекания магнитосферы солнечным ветром и развитием магнитосферной суббури. Действительно, прохождение солнечного ветра через переходную область, где происходит превращение кинетической энергии плазмы в энергию магнитного поля, соответствует предварительной фазе суббури; пересоединение силовых линий магнитного поля на магнитопаузе соответствует взрывной фазе суббури. При этом в отличие от авроральной суббури, развивающейся по времени, "суббури" в магнитошисе и на магнитопаузе в случае стационарного обтекания развивается в пространстве.

Однако чрезвычайная неоднородность и изменчивость параметров плазмы и магнитного поля в переходной области делают процесс пересоединения на магнитопаузе существенно нестационарным, тем самым еще более увеличивая аналогию между этим процессом и магнитосферной суббурей.

## НЕСТАЦИОНАРНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СОЛНЕЧНОГО ВЕТРА С МАГНИТОСФЕРОЙ ЗЕМЛИ

### 5.1. ПЕРЕСОЕДИНЕНИЕ НА ДНЕВНОЙ МАГНИТОПАУЗЕ

Рассмотренная выше схема взаимодействия солнечного ветра с магнитосферой Земли основана на решении Петчека о стационарном пересоединении магнитных силовых линий и вследствие этого является неполной по следующим двум причинам. Во-первых, из-за высокого уровня флуктуаций параметров течения и магнитного поля в переходной области, движений магнитопаузы и отошедшей ударной волны и т.п. пересоединение носит, скорее всего, импульсный характер, а стационарное состояние осуществляется только приближенно, в среднем по времени. И во-вторых, основанная на решении Петчека схема недостаточно хорошо описывает наблюдаемое взаимодействие магнитосферы с солнечным ветром в диапазоне углов вблизи северного направления ММП. Естественно попытаться построить нестационарную модель взаимодействия солнечного ветра с магнитосферой на базе решения о спонтанном пересоединении магнитных силовых линий. К сожалению, мы пока располагаем только простейшим решением такого типа и поэтому вынуждены ограничиться качественным рассмотрением задачи и некоторыми грубыми оценками.

Пусть к магнитопаузе подходит фронт ММП южного направления. По мере приближения к магнитопаузе магнитные силовые линии растягиваются, магнитное поле возрастает, а плотность падает. Это значит, что вблизи дневной магнитопаузы начинает формироваться магнитный барьер (см. гл. 4). Электрические токи, ответственные за образование магнитного барьера, складываются с токами на магнитопаузе, и в некоторых местах суммарный ток может превысить критическое значение, после которого начинается аномальное сопротивление. Для южного направления ММП максимального значения ток достигает в подсолнечной точке, поэтому именно здесь наиболее вероятно ожидать начала пересоединения.

Таким образом, в данном случае причиной формирования (точнее, усиления) токового слоя и накопления свободной магнитной энергии является растяжение магнитных силовых линий вследствие неоднородного течения солнечного ветра. Хотя в солнечном ветре магнитное поле слабое ( $M_a \gg 1$ ), из-за образования магнитного барьера около магнитопаузы оно становится сильным ( $M_{am} < 1$ ), и тем самым обеспечивается необходимое для пересоединения условие. В свою очередь, для формирования магнитного барьера необходимо, чтобы его толщина ( $\sim L/M_a^2$ ,  $L$  — характерный размер магнитосферы; см. [Еркаев, 1981]) была больше, чем толщина магнитного пограничного слоя, обусловленного эффектами конечной проводимости ( $\sim L/\sqrt{\text{Re}_m}$ ; см. разд. 3.1 и [Parker, 1963]). Отсюда получаем условие

$$\text{Re}_m > M_a^4. \quad (5.1)$$

Значение проводимости для плазмы солнечного ветра известно плохо, поэтому мы оценим магнитное число Рейнольдса из экспериментальных данных о толщине магнитопаузы, точнее, о толщине области максимальных градиентов магнитного поля  $l_m = 100$  км (см. разд. 1.1). Тогда  $\text{Re}_m = (L/l_m)^2$ . Принимая в качестве характерного размера магнитосферы  $L = 20R_E = 10^5$  км, получим  $\text{Re}_m = 10^6$ . Тогда из (5.1) следует, что эффекты конечной проводимости начинают сказываться при ММП около 1 нТл. Область малых значений ММП ( $< 1$  нТл) теорией пересоединения, вообще говоря, не описывается.

Как уже говорилось, для южного направления ММП пересоединение, по-видимому, должно начинаться в окрестности подсолнечной точки (рис. 5.1). По мере развития пересоединения передние края  $FR$ -областей движутся к каспам, пересоединив-



щийся поток нарастает, энергия, запасенная в магнитном барьере, преобразуется в кинетическую и внутреннюю энергии плазмы. За каспом токи на магнитопаузе меняют знак, сила Ампера  $\frac{1}{c}jB_n$  ( $B_n$  — нормальная к магнитопаузе компонента магнитного поля) направлена к Солнцу и тормозит движение плазмы. За счет кинетической и тепловой энергии, полученной плазмой в процессе пересоединения на дневной магнитопаузе, плазма движется против силы Ампера, совершает работу, и в доли хвоста поступает энергия в виде потока электромагнитной энергии. Цепочка преобразования энергии выглядит так: кинетическая энергия солнечного ветра — магнитная энергия, запасенная в магнитном барьере, — кинетическая и тепловая энергия (процесс пересоединения) — электромагнитная энергия (течение против силы Ампера).

Таким образом, характер взаимодействия солнечного ветра с магнитосферой различен в разных областях магнитопаузы. На дневной ее части (низкоширотный пограничный слой, разд. 1.1) это спонтанное (пятнами) пересоединение магнитных силовых линий. В окрестности каспа (входной слой) происходит смена режима взаимодействия от ускорения плазмы к ее торможению силой Ампера в области за каспом (в плазменной мантии).

После начала пересоединения меняется не только конфигурация магнитного поля, но также и структура течения. Вместо обтекания с изолированной застойной точкой течение приобретает двухмерную структуру с застойной линией (совпадающей, конечно, с линией пересоединения), на которой происходит ветвление линий тока и разрыв магнитных силовых линий. При спонтанном пересоединении застойная линия (или застойные линии, если одновременно образуется несколько *FR*-областей) локальна, она расположена в ограниченной части магнитопаузы. В каждый данный момент времени конфигурация магнитного поля и течения может быть весьма сложной: в одном месте пересоединение только начинается, в другом — уже кончилось и *FR*-области движутся вдоль магнитопаузы. Однако в среднем по времени структура течения имеет более простую структуру с одной застойной линией, как в стационарном случае. Под этим понимается, что всякая магнитная силовая линия, находящаяся на определенном расстоянии меньше некоторого предельного  $l_{sp}$  на бесконечности, рвется на одной из застойных линий спонтанного пересоединения. Эту длину  $l_{sp}$  можно назвать эффективной длиной застойной линии. В оценках проникающего внутрь электрического поля, пересоединившегося магнитного потока и т.д.  $l_{sp}$  играет ту же роль, что и длина застойной линии в стационарном случае. Поэтому при осреднении по промежутку времени, большему характерного времени спонтанного пересоединения при южном направлении ММП, должны, по-видимому, получиться результаты, соответствующие стационарной схеме взаимодействия солнечного ветра с магнитосферой (см. гл. 4).

Остановимся теперь на роли продольных токов в процессе пересоединения ММП с геомагнитным полем. Следует иметь в виду, что продольные токи эквивалентным образом описываются альфвеновскими волнами [Ляцкий, 1978; Ляцкий, Мальцев, 1983], поэтому задача сводится к изучению распространения и отражения альфвеновских волн. Пересоединение — это сильное взаимодействие альфвеновской волны с токовым слоем (см. разд. 2.1). До тех пор пока *FR*-область не достигнет края токового слоя, ответвления продольных токов вдоль магнитных силовых линий не происходит. Физическая причина этого эффекта состоит в том, что альфвеновские волны, распространяющиеся вдоль магнитных силовых линий, прижимаются конвекцией плазмы к *FR*-области. Для магнитопаузы роль края токового слоя играет область каспов. Здесь тангенциальная компонента магнитосферного магнитного поля меняет знак, поэтому происходит также и смена направления конвекции: до каспа конвекция направлена к магнитопаузе, а за каспом — от магнитопаузы. Поэтому, когда *FR*-область достигает каспа, начинается ответвление альфвеновской волны (и, следовательно, продольных токов) вдоль магнитных силовых линий в ионосферу. Так

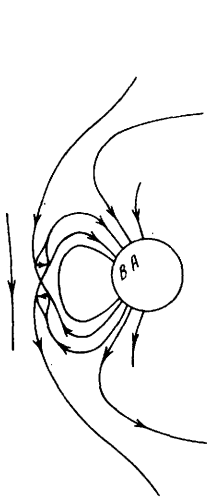


Рис. 5.1

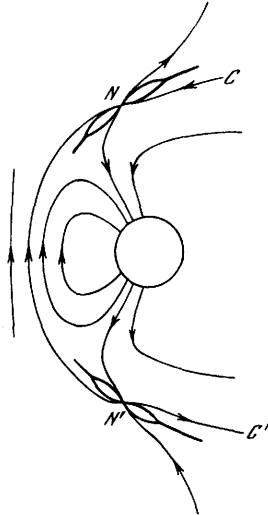


Рис. 5.2

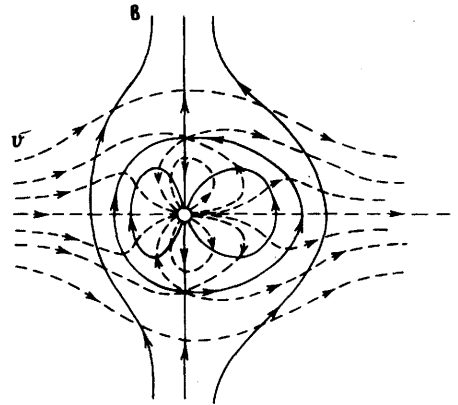


Рис. 5.3

Рис. 5.1. Пересоединение магнитных силовых линий на дневной магнитопаузе при южном направлении ММП

Точки  $B$ ,  $A$  – проекции диффузионной области в ионосфере и последней перезамкнувшейся магнитной силовой линии соответственно

Рис. 5.2. Пересоединение магнитных силовых линий при северном направлении ММП

Рис. 5.3. Схема конвекции плазмы в магнитосфере Земли при северном направлении ММП

Магнитосфера закрыта по магнитному полю и открыта по плазме

образуется (в рамках теории пересоединения) система продольных токов зоны 1 (см. разд. 1.2).

Альфвеновские волны, по-видимому, организуют взаимодействие ионосферы с магнитопаузой. Падающая на ионосферу альфвеновская волна должна, вообще говоря, отражаться. Отраженная волна придет обратно в область пересоединения и, как показано в разд. 2.6, может сильно изменить скорость пересоединения и всю структуру  $FR$ -области. Через такой обмен альфвеновскими волнами (продольными токами) осуществляется взаимодействие между ионосферой и солнечным ветром. Подчеркнем, что не только солнечный ветер влияет на внутримангнитосферные процессы, но и, наоборот, ионосфера и находящаяся внутри магнитосферы плазма могут влиять на течение солнечного ветра вблизи магнитопаузы. Изложенная в гл. 4 модель взаимодействия солнечного ветра с магнитосферой основана на предположении, что обратное влияние внутримангнитосферных процессов на течение солнечного ветра мало. По-видимому, это верно, хотя этот вопрос почти совсем не исследован.

Отметим здесь еще, что при южном направлении ММП магнитосфера закрыта по плазме и открыта по магнитному полю. При северном направлении ММП ситуация существенно иная. Пересоединения происходит за каспом, где имеется токовый слой (рис. 5.2). Такая схема вполне аналогична предлагавшимся ранее [Maezawa, 1976; Horwitz, Akasofu, 1979; Quest, Coroniti, 1981]. На дневной стороне магнитосфера захватывает магнитные силовые линии, принадлежавшие ранее солнечному ветру ( $NN'$  на рис. 5.2). Поскольку в захватываемой силовой трубке находится плазма, такой процесс эквивалентен потоку плазмы внутрь магнитосферы. На ночной стороне ситуация обратная: здесь силовые трубки, принадлежавшие до пересоеди-

нения магнитопаузе ( $NC$  и  $N'C'$  на рис. 5.2), отрываются от нее. Это соответствует потоку плазмы из магнитосферы.

Для описания пересоединения при северном направлении ММП необходимо иметь решение задачи о пересоединении в ситуации, когда с одной стороны токового слоя имеется поток плазмы (солнечный ветер). Такая задача пока не решена. Однако, так как внутри магнитосферы альфвеновская скорость больше скорости солнечного ветра, можно ожидать, что левые  $FR$ -области смогут двигаться к каспам (рис. 5.2). Поскольку ускоренная в процессе пересоединения плазма движется в направлении против солнечного ветра, а в области за каспом на дневной магнитопаузе и против силы Ампера, то следует ожидать, что она быстро затормозится. При осреднении по времени и переходе к стационарному случаю приходим к схеме конвекции, изображенной на рис. 5.3. Вблизи каспов структура течения и магнитного поля соответствует рассмотренному в разд. 2.2 пересоединению линий тока.

При северном направлении ММП магнитосфера открыта по плазме и закрыта по магнитному полю [Семенов, 1979а]. Поток плазмы из солнечного ветра внутрь магнитосферы можно оценить по формуле (П.22) (см. прил.), которая в размерном виде выглядит так:

$$F_v = c \Delta\varphi \Delta\alpha, \quad (5.2)$$

где  $\Delta\varphi$  — разность потенциалов токовой системы  $DP3$ ,  $\Delta\alpha = \int (\rho/B) ds$ , интеграл берется вдоль пересоединившейся магнитной силовой линии  $NN'$ . Его можно оценить как  $\Delta\alpha = (\rho L)/B$ , где  $L$  — длина линии  $NN'$ . Принимая в (5.2)  $\Delta\varphi = 40$  кВ,  $n = 10$  см<sup>-3</sup>,  $L = 30R_E$ ,  $B = 40$  нТл, получим поток частиц около  $2 \cdot 10^{26}$  с<sup>-1</sup>. Это примерно на 2–3 порядка меньше, чем полный поток частиц солнечного ветра, приходящий к магнитосфере.

Интересно отметить, что в меридиональной плоскости структура  $v$  и  $B$  при северном направлении ММП топологически эквивалентна южной, если провести формальную замену  $v \rightarrow B$ ,  $B \rightarrow v$  (см. рис. 5.3 и 5.9).

При всех направлениях ММП механизм взаимодействия солнечного ветра с магнитосферой один и тот же: спонтанное пересоединение магнитных силовых линий. Но при осреднении по времени и переходе к стационарному случаю начинает сильно сказываться глобальная геометрия магнитных полей. Южное направление ММП соответствует стационарному пересоединению магнитных силовых линий, а северное — пересоединению линий тока. При промежуточном направлении ММП будет, по-видимому, реализовываться смешанный случай: магнитосфера одновременно будет открыта и по магнитному полю, и по плазме.

Для количественного описания взаимодействия солнечного ветра с магнитосферой необходимо иметь более содержательные решения по спонтанному пересоединению. Требуется трехмерное несимметричное решение в неоднородном магнитном поле. Такая задача пока не решена. Поэтому приходится ориентироваться на имеющиеся стационарные решения. В предыдущем разделе мы рассмотрели модель взаимодействия, базирующуюся на стационарном пересоединении магнитных силовых линий. Поэтому она дает при всех направлениях ММП проникающее электрическое поле, направленное с утренней стороны на вечернюю, а по плазме магнитосфера закрыта. Так нам пришлось сделать из-за того, что пересоединение линий тока почти совсем не исследовано.

Обсудим теперь вкратце экспериментальные данные по проблеме пересоединения на магнитопаузе. В начальный период космических исследований с середины 60-х до середины 70-х годов свидетельства в пользу модели пересоединения были в основном косвенные, но число их с каждым годом возрастало. Сюда относятся данные о солнечных космических лучах [Paulikas, 1974], о связи магнитных возмущений, электрических полей, продольных токов в ионосфере с параметрами солнечного ветра [Пудовкин и др., 1975; Vasyliunas, 1976; Stern, 1977], об эрозии магнитопаузы (см. гл. 4), о расширении аврального овала, увеличении магнитного потока в долях

хвоста (см. разд. 5.2) при южном направлении ММП, а также еще целый ряд данных [Russell, 1972, 1980]. Однако долгое время прямых свидетельств пересоединения на магнитопаузе получить не удавалось.

Впервые детальные измерения магнитного поля в этой области были выполнены на спутнике OGO-5; они показали, что иногда появляется нормальная к магнитопаузе компонента магнитного поля  $B_n$ : более чем из 50 пересечений магнитопаузы  $B_n$  была зарегистрирована примерно в четверти случаев [Sonnerup, Ledley, 1979; Cowley, 1982], что хотя и с оговорками, но все же говорило в пользу теории пересоединения. Но последовавшие затем первые детальные измерения космической плазмы на спутниках IMP-6 и HEOS-2 не обнаружили потоков ускоренных частиц, ожидающихся из модели пересоединения. Эти измерения послужили основой для развития альтернативных моделей пересоединения в районе каспов при всех направлениях ММП [Crooker, 1979], а некоторые авторы предлагали даже полностью отказаться от открытой модели магнитосферы [Heikkila, 1975, 1978; Piddington, 1979]. И только запуск спутников ISEE-1 и -2 в 1977 г. позволил получить достаточно убедительные доказательства пересоединения на дневной магнитопаузе. Приборы, установленные на борту ISEE-1 и -2, могли измерять с высоким временным разрешением три компоненты магнитного поля, двух- и трехмерные функции распределения электронов и ионов, а также электрическое поле. Спутники были запущены в варианте мать-дочь, т.е. находились на небольшом расстоянии (от 100 до 1000 км) один от другого, для того чтобы отделить временные изменения параметров от пространственных.

Анализ экспериментальных данных, полученных на ISEE-1 и -2, позволил сделать следующие выводы [Paschmann et al., 1979; Sonnerup, 1981; Cowley, 1982]. Состояние квазистационарного пересоединения зарегистрировано примерно в четверти пересечений, когда ММП  $B_z < 0$  (т.е. южного направления). "Квазистационарное" в данном случае означает, что признаки пересоединения были видны в течение промежутка времени больше 5 мин — времени распространения альфвеновской волны от подсолнечной точки до каспа. При этом, как правило, наблюдалось несколько пересечений магнитопаузы, граница магнитосферы находилась в постоянном движении, состояние не было строго стационарным.

В случае южного направления ММП основные признаки квазистационарного пересоединения перечислены в разд. 1.1.

Кроме состояния квазистационарного пересоединения были также обнаружены случаи чисто спонтанного пересоединения, так называемые FTE-события (от flux transfer event, см. разд. 3.4). Они состоят в том, что в магнитосфере и в магнитошипе наблюдались пересоединившиеся магнитные силовые трубки, которые хорошо видны и по магнитным и по плазменным данным [Paschmann et al., 1982; Speiser, Williams, 1982].

По оценкам Каули [Cowley, 1982], квазистационарное пересоединение способно создавать внутри магнитосферы электрическое поле с разностью потенциалов около 40 кВ. Еще около 20 кВ приходится на FTE-события. По тем же оценкам роль квазизвязкого механизма несколько меньше: 5–20 кВ. Таким образом, можно полагать, что процесс пересоединения магнитных силовых линий играет определяющую роль во взаимодействии солнечного ветра с геомагнитным полем.

## 5.2. ПРЕДВАРИТЕЛЬНАЯ ФАЗА СУББУРИ

Всякому процессу пересоединения магнитных силовых линий должна предшествовать фаза накопления энергии магнитного поля (см. разд. 2.5 и 3.1), которая в физике магнитосферы называется предварительной фазой суббури. Тот факт, что магнитный поток при южном направлении ММП переносится в хвост магнитосферы, еще недостаточен для накопления там магнитной энергии. Пересоединение на дневной магнитопаузе приводит к тому, что на поверхности магнитосферы появляется нормальная к ней компонента магнитного поля  $B_n$ . Среднее значение  $B_n$  можно оценить по измерениям

мой в полярной шапке разности потенциалов:

$$B_n = \Delta\varphi/v_{c.v} L, \quad (5.3)$$

где  $L$  — характерный размер магнитосферы.

Принимая  $\Delta\varphi = 60$  кВ,  $v_{c.v} = 400$  км/с,  $L = 30R_E$ , получим  $B_n = 0,5$  нТл. Это значит, что и внутри магнитосферы появится магнитное поле 0,5 нТл, если, конечно, считать, что токи внутри магнитосферы останутся неизменными. При этом энергия магнитного поля хвоста увеличится на очень малую величину, явно недостаточную для суббури. Для накопления энергии необходимо, чтобы развивался токовый слой в хвосте магнитосферы. При рассмотрении каждого реального токового слоя прежде всего необходимо разобраться, в каком режиме — Паркера (формулы (3.9)–(3.12)) или Сыроватского (формулы (3.1)–(3.7)) — он находится. Или, иными словами, какая часть поступающей в систему энергии идет на накопление свободной энергии, а какая — на омический нагрев. Способность токового слоя накапливать магнитную энергию зависит от малости трех параметров (см. гл. 3):  $Re_m^{-1} \ll 1$ ,  $M_a \ll 1$ ,  $\beta \ll 1$ . Для области хвоста магнитосферы, по-видимому, с запасом выполняется только первое:  $Re_m^{-1} \ll 1$ . Два других условия справедливы не везде, так как параметры плазмы и магнитного поля неоднородны в хвосте магнитосферы. В плазменной мантии, например,  $M_a \approx 1$ , а вблизи центра плазменного слоя  $\beta \approx 1$ . Поскольку теория в данном случае не дает однозначного ответа, обратимся к экспериментальным данным [Semenov, Sergeev, 1981; Сергеев, Цыганенко, 1980].

Баланс энергии в хвосте магнитосферы определяется теоремой Пойнтинга

$$\int (\mathbf{E} \cdot \mathbf{j}) dV = \frac{c}{4\pi} \oint [\mathbf{E} \times \mathbf{B}] d\mathbf{S} - \int \frac{\partial}{\partial t} \frac{B^2}{8\pi} dV, \quad (5.4)$$

где учтено характерное для магнитосферы условие  $B^2/8\pi \gg E^2/8\pi$ . Члены правой части характеризуют собственно поток энергии электромагнитного поля извне и скорость изменения энергии магнитного поля в долях хвоста магнитосферы; левая часть отражает скорость преобразования энергии электромагнитного поля в кинетическую и внутреннюю энергии плазмы. Мы применим теорему Пойнтинга (5.4) к объему, ограниченному двумя поперечными сечениями хвоста магнитосферы (рис. 5.4), отстоящими на единицу длины, а также участком магнитопаузы, и оценим каждый член в формуле (5.4) по экспериментальным данным.

В хвосте магнитосферы магнитные силовые линии параллельны оси хвоста, поэтому нормальной к поперечному сечению компонентой потока энергии можно пренебречь. Тогда для потока энергии электромагнитного поля, поступающей в доли хвоста магнитосферы, получим

$$S = \frac{c}{4\pi} \int [\mathbf{E} \times \mathbf{B}] d\mathbf{S} = 2 \frac{cB_T}{4\pi} \int E_l dl = \frac{cB_T \Delta\varphi}{2\pi}, \quad (5.5)$$

где  $B_T$  — магнитное поле в хвосте магнитосферы;  $\Delta\varphi$  — разность потенциалов проникающего из солнечного ветра электрического поля;  $l$  — контур интегрирования  $abc$  (рис. 5.4). Принимая  $\Delta\varphi = 60$  кВ,  $B_T = 15$  нТл, получим  $S = 1,4 \cdot 10^7$  эрг/с.

Скорость изменения магнитной энергии в том же объеме

$$U_m = \int \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{B^2}{8\pi} \right) dV = \pi R_T^2 \frac{\Delta(B^2/8\pi)}{\tau}, \quad (5.6)$$

где  $R_T$  — радиус хвоста магнитосферы;  $\tau$  — характерное время предварительной фазы. Используя статистические результаты [Iijima, 1972], где для предварительной фазы на  $X_{GSM} = -30R_E$  получены средние значения  $\Delta(B^2/8\pi) \approx 0,55$  кэВ/см<sup>3</sup> и  $\tau = 50$  мкс при  $R_T = 20R_E$ , получим  $U_m = 1,4 \cdot 10^7$  эрг/с. Эти оценки показывают, что в период предварительной фазы  $S \sim U_m$ , скорость энерговыделения в токовом

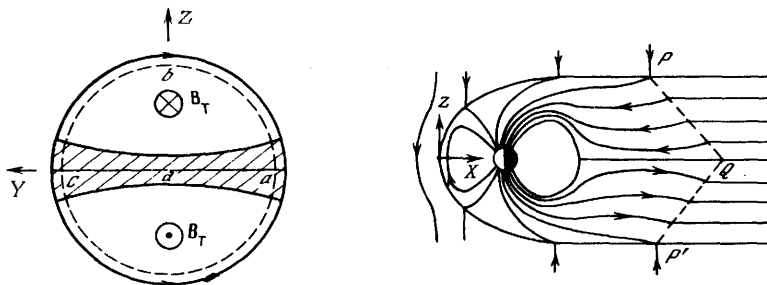


Рис. 5.4. Поперечное сечение хвоста магнитосферы

Рис. 5.5. Процесс накопления свободной магнитной энергии в хвосте магнитосферы в приближении Сыроватского

$PQ$  и  $P'Q'$  — фронты возмущения в долях хвоста магнитосферы

слое  $Q \ll S$ , т.е. токовый слой находится в режиме Сыроватского (накопления магнитной энергии).

Точность приведенных оценок невелика, и поэтому требуются дополнительные доказательства. Решающим доказательством в данном случае является прямое измерение электрического поля  $E_{п.с}$  во время предварительной фазы в области плазменного слоя хвоста магнитосферы. Если окажется, что  $E_{п.с} \ll E_0$  ( $E_0$  — проникающее из солнечного ветра электрическое поле), то токовый слой находится в режиме Сыроватского, если же  $E_{п.с} \approx E_0$ , то в режиме Паркера. К сожалению, пока не опубликованы результаты необходимых нам измерений электрического поля. Но данные о плазме имеются, и по ним можно определить массовую скорость плазмы  $v_{п.с}$  в плазменном слое во время предварительной фазы, а уже по  $v_{п.с}$  оценить электрическое поле. В работе [Сергеев, 1983] такая программа была реализована на основе данных о потоках частиц, измеренных на спутнике IMP-8. Оказалось, что массовая скорость  $v_{п.с}$  во время предварительной фазы примерно на порядок меньше значения, следующего из гипотезы о прямом проникновении  $E_0$  в плазменный слой. Особенно интересно, что в большинстве случаев направление конвекции в плазменном слое было от Земли, т.е. наблюдалась обратная конвекция, хотя и с малыми скоростями.

Из этих и некоторых других косвенных результатов [Сергеев, Цыганенко, 1980] можно сделать вывод, что токовый слой хвоста магнитосферы во время предварительной фазы работает в режиме Сыроватского и способен эффективно накапливать магнитную энергию.

Учитывая это обстоятельство, можно воспользоваться приближением Сыроватского (разд. 3.1) и сформулировать следующую простую модель, описывающую изменение величины магнитного поля в хвосте.

Пусть в солнечном ветре имеется движущийся фронт возмущения с южным направлением ММП (рис. 5.5) и пусть для простоты пересоединение на дневной магнитопаузе стационарно, так что в единицу времени внутрь магнитосферы поступает один и тот же магнитный поток, который можно вычислить при помощи формулы (5.3). В приближении Сыроватского нормальная к токовому слою компонента магнитного поля  $B_n = 0$ , поэтому нейтральный токовый слой играет роль дна, которое собирает поступающий в хвост магнитный поток. Поэтому, чтобы вычислить интенсивность магнитного поля в долях хвоста, надо просто сложить проникший ко времени  $t$  магнитный поток с тем, что был до пересоединения:

$$B(x, t) = B_0(x) + \Delta B(x, t),$$

$$\Delta B(x, t) = \frac{2c\Delta\Phi}{\pi R_T^2} \frac{v_{с.в} t + x - x_0}{v_{с.в}} \theta(v_{с.в} t + x - x_0), \quad (5.7)$$

где  $\theta(x)$  — ступенчатая функция Хевисайда;  $R_T$  — радиус сечения хвоста магнитосферы;  $t = 0$  соответствует подсолнечной точке  $x_0$ .

В течение предварительной фазы длительностью 30 мин на расстоянии  $10R_E$  интенсивность магнитного поля увеличивается на 5 нТл, что в 10 раз больше, чем при простом проникновении. Особенно важно, что эти 5 нТл целиком дают вклад в свободную энергию, способную к пересоединению. Модель правильно воспроизводит величины изменения  $B_T$  ( $\Delta B_T \approx 11$ ; 5 и 3 нТл на  $X_{GSM} \approx -10R_E, -30R_E$  и  $-60R_E$  соответственно [Nishida, Nagayama, 1973]), эволюцию  $B_T$  со временем (изменения магнитного поля начинаются через 0–10 мин после начала предварительной фазы на геосинхронной орбите  $X_{GSM} = -6,6R_E$  и через 30 мин на  $(60-80)R_E$  [Nishida, Nagayama, 1973]), а также дает близкие к реальным значения скорости расширения полярной шапки [Semenov, Sergeev, 1981].

В режиме накопления магнитной энергии электрическое поле в окрестности токового слоя  $E_{п.с}$  мало по сравнению с полем  $E_0$ , проникшим из солнечного ветра:  $E_{п.с} \ll E_0$ , а в приближении Сыроватского  $E_{п.с} = 0$ . Поэтому  $(E_{п.с} \cdot I_{п.с}) = 0$  ( $I_{п.с}$  — плотность тока в токовом слое) и вся поступающая в хвост магнитосферы электромагнитная энергия идет на увеличение энергии магнитного поля. В связи с этим формула (5.7) действительно представляет собой оценку магнитного поля в хвосте магнитосферы во время предварительной фазы по максимуму.

Причину ослабления электрического поля в плазменном слое можно проиллюстрировать с помощью рис. 5.6. В отсутствие пересоединения изменение магнитного потока в верхней доле хвоста

$$\frac{\partial F_0}{\partial t} = c \Delta \varphi = \int_{ABC} B_n v dl. \quad (5.8)$$

С изменением магнитного поля связано появление вихревого электрического поля  $E_r$ , которое можно оценить по теореме о циркуляции

$$(\pi + 2)R_T E_r = \frac{1}{c} \frac{\partial F_0}{\partial t} = \Delta \varphi,$$

откуда

$$E_r = \frac{\Delta \varphi}{(\pi + 2)R_T} = \frac{2}{2 + \pi} E_0, \quad (5.9)$$

где учтено, что  $E_0 = \Delta \varphi / 2R_T$ . Как видно из рис. 5.6, вихревое поле частично компенсирует поле  $E_0$  в области токового слоя. Видно также, что  $E_r$  имеет тангенциальную к магнитопаузе компоненту и, казалось бы, должно проникнуть в солнечный ветер и привести к его ускорению, что, однако, физически невозможно. Поэтому должно появиться электрическое поле поляризации  $E_p$ , нейтрализующее тангенциальную компоненту  $E_r$  на магнитопаузе:

$$E_p = \frac{1}{2R_T} \int_{ABC} E_r dl = \frac{\pi}{\pi + 2} E_0.$$

Полное поле в токовом слое равно  $E_{п.с} = E_0 - E_r - E_p = 0$ . Эти простые соображения подтверждаются более точными расчетами Бирна–Шиндлера (разд. 3.1), которые необходимо, правда, обобщить на более реальные граничные условия.

Итак, во время предварительной фазы суббури в хвосте магнитосферы поддерживается довольно точный баланс между проникающими из солнечного ветра электрическим и магнитным полями и изменениями токовой системы хвоста. В результате электрическое поле в области токового слоя хвоста сильно ослабляется, что приводит к почти полному отсутствию энергоснабжения в этой области и способствует накоплению свободной магнитной энергии. Распределение электрического поля в магнитосфере оказывается существенно неоднородным.

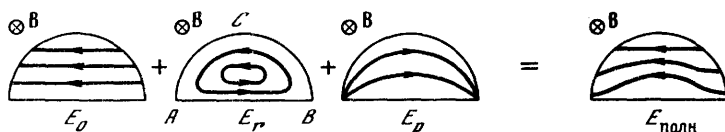


Рис. 5.6. Схема формирования неоднородного электрического поля в хвосте магнитосферы во время предварительной фазы суббури

Во внутренней магнитосфере электрическое поле может быть близко к  $E_0$ , так как индукционные эффекты в этой области незначительны. Здесь можно ожидать заметного ускорения плазмы, приближения края плазменного слоя к Земле и инъекции частиц во внутреннюю магнитосферу. Ускорение частиц и их высыпание в ионосферу из этого участка плазменного слоя, где велики  $B_z$ -компонента и конус потерь, по-видимому, определяют формирование области диффузных сияний и вторжения энергичных электронов [Сергеев, Цыганенко, 1980].

Из формулы (5.7) следует, что экстремальные значения параметров, которые могут "включить" пересоединение, достигаются вблизи ближнего к Земле края плазменного слоя: токи плазменного слоя максимальны, толщина плазменного слоя минимальна, имеются резкие градиенты электрического поля. Поэтому именно в этой области можно ожидать начала пересоединения [Hones, 1973; Schindler, 1979; Akasofu, 1977; Vasyliunas, 1976]. Данные эксперимента подтверждают это заключение, показывая, что очаг взрывной фазы располагается на расстоянии  $(10-15)R_E$  от Земли, в области, проекцией которой в ионосферу является полярная граница полосы диффузных сияний.

### 5.3. МАГНИТОСФЕРНАЯ СУББУРЯ

Магнитосферная суббуря — это процесс быстрого высвобождения магнитной энергии, запасенной в долях хвоста, поэтому естественно связать ее с разобранным в гл. 2 спонтанным пересоединением магнитных силовых линий. Судя по имеющимся экспериментальным данным [Сергеев, Цыганенко, 1980; Sergeev, 1981], суббуря длительностью до 1 ч представляет собой последовательность микросуббурь длительностью 5–7 мин, которые, в свою очередь, состоят из ряда активизаций с характерным временем 2 мин. Таким образом, суббуря — импульсный процесс с числом элементарных актов пересоединения до 50.

Как было показано в предыдущем разделе, начало пересоединения следует ожидать в ближнем к Земле участке плазменного слоя, где создаются благоприятные для этого условия. Каждый отдельный акт пересоединения представляет собой развитие  $FR$ -области (рис. 5.7) в ограниченном секторе  $\Delta Y_{SGM}$  в хвосте магнитосферы. Обсудим теперь, основываясь на результатах разд. 2.1, 2.4 и 2.5, какие экспериментально проверяемые эффекты должны быть при этом видны.

1. В хвосте магнитосферы должны наблюдаться ускоренные до альфвеновской скорости, рассчитанной по параметрам долей хвоста,  $v_a = (0,5 \div 1,5) \cdot 10^3$  км/с потоки плазмы [Frank, 1971; Nishida et al., 1981].

2. Если спутник находится в правой  $FR$ -области (рис. 5.7), то должны наблюдаться потоки плазмы от Земли и южная компонента магнитного поля, если в левой  $FR$ -области, то, наоборот, — потоки к Земле и северная компонента [Сергеев et al., 1984].

3. После начала пересоединения следует ожидать утолщения плазменного слоя, что соответствует прохождению спутника мимо  $FR$ -области. Скорость расширения плазменного слоя оценивается как  $\epsilon v_a$  ( $\epsilon = b/B_T$ ,  $b$  — пересоединившееся магнитное поле). По-видимому,  $\epsilon \approx 0,1 \div 0,2$ , тогда  $\epsilon v_a \approx 100 \div 200$  км/с, причем это движение фиктивное. Скорость плазмы в направлении оси  $Z$  должна быть существенно меньше [Forbes et al., 1981; Andrews et al., 1981; Sergeev et al., 1984].



Рис. 5.7. Элементарный акт пересоединения в хвосте магнитосферы

Проекции в ионосфере ближнего к Земле края плазменного слоя (точки  $A$  и  $A'$ ) неподвижны, проекции диффузионной области (точки  $N$  и  $N'$ ) движутся к полюсу

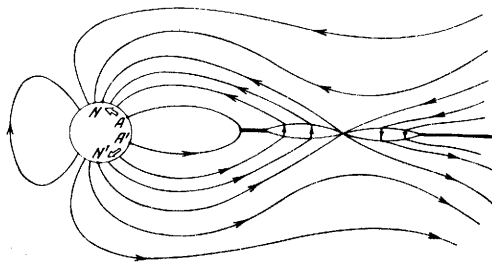
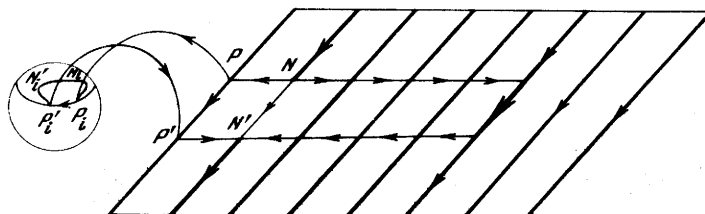


Рис. 5.8 Образование биркеландовской токовой петли суббури



4. Во время пересоединения должны генерироваться вихревые электрические поля  $E_r = c^{-1} ev_a B_T$  (см. (2.58)). При  $\epsilon = 0,2$ ,  $B_T = 25$  нТл,  $V_a = 10^8$  см/с получим  $E_r = 5$  мВ/м, что более чем на порядок превышает интенсивность проникшего из солнечного ветра поля. Прямые измерения электрического поля в хвосте магнитосферы зафиксировали кратковременные поля напряженностью до 80 мВ/м [Cattell et al., 1982].

5. Под действием сильного вихревого электрического поля должно происходить ускорение частиц в диффузионной области, причем энергичные протоны и  $\alpha$ -частицы должны наблюдаться на вечерней стороне плазменного слоя, а электроны — на утренней. Ускорение  $\alpha$ -частиц должно быть более эффективным, чем протонов [Sergeev et al., 1984].

Таковы реально наблюдаемые признаки спонтанного пересоединения в хвосте магнитосферы. Теперь рассмотрим чисто ионосферные эффекты.

6. В процессе пересоединения происходит эффективное ускорение частиц за счет следующих механизмов: а) ускорение в диффузионной области; б) ускорение на ударных волнах; в) ускорение Ферми вследствие сокращения длины магнитной силовой линии. Первые два механизма приводят к почти изотропному пичт-угловому распределению, поэтому частицы должны захватываться геомагнитным полем. Высыпаться в ионосферу будут только частицы с пичт-углами из узкого конуса потерь; по этой причине потоки высыпавшихся частиц не могут быть значительными [Sato et al., 1982]. Третий механизм, ускорение Ферми, увеличивает продольную энергию частиц, в связи с чем он способен, по-видимому, обеспечить интенсивные потоки высыпавшихся частиц [Цыганенко, Зайцева, 1979], особенно сильные в случае спонтанного пересоединения. Максимум потока высыпавшихся частиц приходится на проекцию в ионосфере диффузионной области, следовательно, эту проекцию естественно отождествить с приполюсным краем аврорального выступа. Так как пересоединившийся поток нарастает в процессе пересоединения, то проекция в ионосфере диффузионной области должна двигаться к полюсу (точки  $N$ ,  $N'$  на рис. 5.7), и вследствие этого формируется расширяющаяся авроральная выпуклость. Подчеркнем, что в хвосте магнитосферы диффузионная область может быть неподвижна.

7. После того как токовая система  $I_1$  (альфвеновская волна) достигает края токового слоя, взаимодействие систем  $I_0$  и  $I_1$  прекращается. По-видимому, альфвеновская волна будет распространяться вдоль магнитных силовых линий в ионосферу и

тем самым создаст биркеландовскую токовую систему суббури (рис. 5.8), которая в современных моделях является одним из основных элементов [Russel, McPherson, 1973; Kamida et al., 1974; Akasofu, 1977].

Интересно отметить, что и токовая система зоны 1 (см. разд. 1.2 и 5.1), и биркеландовская петля суббури обусловлены одним и тем же физическим механизмом.

Как и в случае пересоединения на дневной магнитопаузе, в хвосте магнитосферы ответвление токов должно быть не из диффузионной области, а с края токового слоя (рис. 5.8) из-за того, что альфвеновская волна прижимается к  $FR$ -области. Поэтому продольные токи и западный электроджет, который их замыкает в ионосфере, должны располагаться на экваториальном крае аврорального выступа (см. 5.8). Рассмотренная токовая система — не единственная, которая должна возникнуть в рамках предлагаемой модели. Любое изменение проводимости в ионосфере сопровождается генерацией альфвеновской волны и продольных токов [Ляцкий, Мальцев, 1983]. В области аврорального выступа следует ожидать интенсивных высыпаний частиц и, следовательно, увеличения ионосферной проводимости, особенно сильного вблизи приполюсного края выступа. Поэтому должна возникнуть еще одна система продольных токов и токов замыкания, связанных с этим чисто ионосферным эффектом проводимости. Суммарная токовая система суббури вследствие всех этих причин может быть весьма сложной. Количественно она пока еще очень слабо исследована (современные результаты см. в обзоре [Troshichev, 1982]).

Падающая из хвоста магнитосферы на ионосферу альфвеновская волна может отразиться. Отраженная волна уже не попадает обратно в диффузионную область, так как пересоединившийся поток нарастает. Поэтому отраженная волна будет, по-видимому, находиться во внутренней магнитосфере и, распространяясь по силовым линиям между северным и южным полушариями, даст цуг  $Pi2$ -колебаний. Такой же эффект может создать и альфвеновская волна, связанная с увеличением ионосферной проводимости в авроральной выпуклости. Согласно экспериментальным данным цуг  $Pi2$ -колебаний является наиболее характерной чертой микросуббури [Saito et al., 1976; Черноус, 1976; Сергеев, Цыганенко, 1980].

Таким образом, на качественном уровне модель спонтанного пересоединения позволяет естественным образом объяснить основные черты микросуббури (элементарного акта пересоединения): формирование расширяющейся авроральной выпуклости, усиление западной электроструи, генерация цуга  $Pi2$ -колебаний, увеличение  $B_z$ -компоненты в токовом слое хвоста магнитосферы на расстояниях  $(10-15)R_E$  и кратковременное обращение знака  $B_z$  в далеком хвосте, разогрев плазмы, расширение плазменного слоя и появление потоков ускоренной плазмы в хвосте магнитосферы [Сергеев, Цыганенко, 1980].

Сделаем теперь некоторые оценки. Начнем с определения интенсивности электрического поля в диффузионной области по ионосферным данным. С этой целью в каждый момент времени развития выпуклости построим поверхность из силовых линий, опирающихся в ионосфере на полярный край выпуклости, а в хвосте магнитосферы проходящих через линии пересоединения. При таком выборе поверхности магнитный поток через нее равен нулю. Тогда из теоремы о циркуляции  $E$ , пренебрегая продольным электрическим полем, имеем [Semenov, Sergeev, 1981]

$$(E_t + c^{-1}u_t B_t)l_t = E_y \Delta y, \quad (5.10)$$

где  $E_t$  — величина западной компоненты электрического поля в ионосфере в области выпуклости;  $u_t$  — скорость расширения выпуклости к полюсу;  $E_y$  — электрическое поле вдоль линии пересоединения.

Из эксперимента следует, что зональная компонента электрического поля сохраняет западное направление в области, через которую проходит авроральная выпуклость, и имеет обычно значение  $E_t \approx 10 \div 20$  мВ/м. Из статистических данных [Hirasawa, Nagata, 1972] следует, что  $u_t$  меняется в пределах  $0,5-2,5$  км/с со средним значением  $1$  км/с и максимальным  $3$  км/с. Коэффициент схождения магнитных силовых линий

$k = l_i/\Delta y \approx 1/20$ , тогда из (5.10) получим среднее значение  $E_y = 3$  мВ/м и максимальное  $E_y = 10$  мВ/м, что намного превышает обычные значения электрического поля в хвосте магнитосферы. Как правило,  $u_i B_i > E_i$ , и для оценки  $E_y$  можно пользоваться упрощенной формулой

$$E_y = c^{-1} k u_i B_i. \quad (5.11)$$

Оценки  $E_y$  по формулам (5.11) и (2.58) совпадают (см. разд. 5.4). Формулу (2.58) можно использовать для оценки пересоединившегося магнитного поля в *FR*-области по ионосферным данным:

$$b = k v_a^{-1} u_i B_i. \quad (5.12)$$

Принимая, как и раньше,  $v_a = 10^8$  см/с, получим, что среднее значение  $b$  равно 2,5 нТл, а максимальное — 7,5 нТл ( $\epsilon \approx 0,1 \div 0,3$ ). Зная  $b$ , по формуле (2.77) можно оценить размер диффузионной области:

$$a(t) = v_a t \exp(-\pi B_T/4b). \quad (5.13)$$

Для элементарного акта пересоединения длительностью  $t = 10^2$  с получим среднее значение 100 км и максимальное  $5 \cdot 10^3$  км. Формула (5.13) получена для широкой *FR*-области ( $\Delta Y_{GSM} \gg v_a t$ ), когда вклад в пересоединившееся поле дают только токи, текущие вдоль оси  $Y$ . Можно показать, что для узкой *FR*-области, когда  $\Delta Y_{GSM} \ll v_a t$  и  $b$  определяется в основном продольными токами,

$$a = \Delta Y_{GSM} \exp(-\pi B_T/4b). \quad (5.14)$$

Принимая поперечный размер *FR*-области  $\Delta Y_{GSM} = 10R_E$ , получим среднее значение  $a = 20$  км и максимальное  $a = 3,5 \cdot 10^3$  км. Таким образом, размер диффузионной области мал по сравнению с характерными размерами хвоста магнитосферы. Следует иметь в виду, что оценки (5.13) и (5.14) получены в рамках весьма упрощенной МГД-модели пересоединения, поэтому реальные значения  $a$  могут оказаться несколько большими.

Приведенные рассуждения показывают, что по измеряемым в ионосфере параметрам можно получить ценную информацию о спонтанном пересоединении в хвосте магнитосферы. Особенно важным параметром является скорость  $u_i$  движения края авроральной выпуклости к полюсу. Зная  $u_i(t)$  с хорошим (желательно секундным) разрешением во времени, можно определить электрическое поле в диффузионной области и пересоединившееся магнитное поле как функции времени, а по ним, как было показано в разд. 3.4, восстанавливается все решение. К сожалению, пока мы не располагаем необходимыми данными.

Оценим теперь энергию  $W$ , выделяемую в процессе элементарного акта пересоединения длительностью  $t = 100$  с в хвосте магнитосферы. Принимая в (2.59)  $v_a = 10^8$  см/с,  $B_T = 25$  нТл,  $l = \Delta Y_{GSM} = 10R_E$ , получим среднее значение  $W = 1,5 \cdot 10^{26}$  эрг ( $\epsilon = 0,1$ ) и максимальное  $W = 5 \cdot 10^{27}$  эрг ( $\epsilon = 0,3$ ). Полная энергия суббури ( $\approx 10^{22}$  эрг) выделяется в большом числе (порядка 50) элементарных активизаций.

Очень важным является вопрос о том, какая неустойчивость или внешнее воздействие срывает процесс пересоединения. Анализ лабораторных, численных и аналитических результатов по тиринг-неустойчивости и аномальному сопротивлению (см. гл. 3), а также экспериментальных данных по магнитосферной суббуре [Sergeev, 1981] позволяет предложить следующую схему развития событий. Сначала в ближней к Земле части токового слоя, где он наиболее тонкий, образуется одна  $X$ -линия, что можно интерпретировать как вырожденный случай тиринг-неустойчивости. В окрестности  $X$ -линии плотность тока максимальна, а плотность плазмы, напротив, достигает очень малых значений [Terasawa, 1981; Lipatov, Zeleny, 1982], и здесь весьма вероятно развитие аномального сопротивления, которое вызывает процесс спонтанного пересоединения с образованием ударных волн (см. разд. 3.2). Таким образом, в хвосте магни-

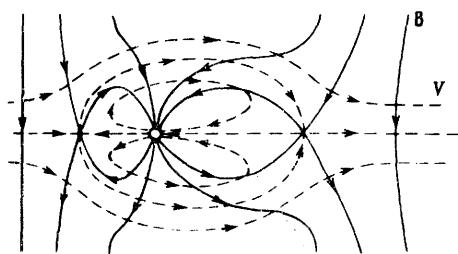


Рис. 5.9. Средняя по времени конфигурация магнитного поля (сплошные линии) и течения (штриховые линии) при взаимодействии солнечного ветра с южным направлением ММП с магнитосферой (схема Данжи)

тосферы, по-видимому, действует комбинированный механизм: тиринг-неустойчивость — аномальное сопротивление — спонтанное пересоединение.

В том случае, когда параметры солнечного ветра меняются, пересоединение может вызываться внешней причиной. Из экспериментальных данных известно [Pudovkin et al., 1970 Дмитриева, Сергеев, 1983], что скачки газодинамических параметров слабо влияют на срыв микросуббури. Основной эффект имеет электродинамическую природу: изменение ММП в сторону южного направления (например, усиление  $B_z < 0$ ) не вызывает суббури, а изменение ММП в сторону северного направления (например, уменьшение по абсолютной величине  $B_z < 0$  или поворот ММП от южного направления к северному) срывает пересоединение в хвосте магнитосферы. На первый взгляд этот результат кажется странным: усиление южной компоненты ММП, которая ответственна за поступление электромагнитной энергии в доли хвоста, блокирует пересоединение, а уменьшение  $B_z$  ему способствует.

В рамках разрабатываемой схемы этот эффект качественно можно объяснить следующим образом. Скачки ММП в солнечном ветре преобразуются в долях хвоста в быстрые магнитозвуковые волны. Когда  $B_z < 0$  увеличивается по абсолютной величине, ток на фронте магнитозвуковой волны направлен параллельно току в плазменном слое (см., например, рис. 5.5), а, как было показано в разд. 2.6, такая падающая на токовый слой волна увеличивает порог пересоединения. Напротив, когда  $B_z < 0$  уменьшается или происходит поворот к северному направлению, ток на фронте магнитозвуковой волны антипараллелен току в плазменном слое, и такая волна уменьшает порог пересоединения. С физической точки зрения падающая на токовый слой волна с параллельным током на фронте блокирует образование  $X$ -линии, а волна с антипараллельным током способствует образованию  $X$ -линии, чем и объясняется обсуждаемый экспериментальный факт.

Ряд последовательных актов пересоединения могут происходить в разных участках токового слоя в разные моменты времени. Левые  $FR$ -области поставляют во внутреннюю магнитосферу энергию, которая там диссипирует. В состоянии баланса правые  $FR$ -области уносят в хвост магнитосферы ровно столько магнитного потока, сколько поступает внутрь магнитосферы вследствие пересоединения на дневной магнитопаузе. При осреднении по промежутку времени, большему длительности предварительной фазы, должна получиться классическая схема конвекции Данжи [Dungey, 1961] (рис. 5.9).

В основном все выводы этой главы были качественными. Для количественного описания процесса пересоединения на дневной магнитопаузе и в хвосте магнитосферы нужны более содержательные решения. Для суббури требуется решение задачи о пересоединении с учетом нормальной к токовому слою компоненты магнитного поля и неоднородности распределения плотности плазмы в слое. Для дневной магнитопаузы требуется более сложное решение о нестационарном трехмерном несимметричном пересоединении в неоднородном магнитном поле. Все эти задачи, а также многие другие о диффузионной области, связи тиринг-неустойчивости с пересоединением и т.п. пока не решены, и в этом направлении предстоит большая работа. В настоящее время количественная непротиворечивая модель взаимодействия солнечного ветра с геомагнитным полем еще только начинает разрабатываться.

Остановимся теперь на тонком вопросе о предварительной фазе суббури. Если основываться на свойствах решения разд. 2.4 о спонтанном пересоединении, то оказывается, что предварительная фаза магнитосферной суббури, вообще говоря, не нужна. Как уже указывалось, петчевское пересоединение невозможно только в бестоковом магнитном поле. Судя по имеющимся экспериментальным данным, в хвосте магнитосферы всегда есть токовый слой и запасенная в долях хвоста избыточная магнитная энергия. Поэтому пересоединение может начаться, как только создадутся необходимые для него условия в токовом слое, например за счет резкого изменения параметров солнечного ветра.

Вместе с тем мощные суббури обусловлены накоплением большой свободной энергии в долях хвоста, что наиболее эффективно происходит при южном направлении ММП. Напомним, что процесс накопления свободной магнитной энергии — это и есть предварительная фаза суббури.

Поэтому, как нам кажется, в длительной и, надо отметить, плодотворной дискуссии о необходимости предварительной фазы суббури правы оказались обе стороны. С одной стороны, каждая суббуря имеет предварительную фазу, так как для начала пересоединения необходимо наличие свободной магнитной энергии, а процесс ее накопления и есть предварительная фаза [McPherron, 1970; Pudovkin et al., 1970a; Aubry et al., 1970]. С другой стороны, токовый слой в магнитосфере часто представляется уже в готовом виде и суббуря может срываться без предварительной фазы [Akasofu, 1977].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Авторы попытались проследить в общих чертах цепочку событий, развивающихся в переходной области между фронтом отошедшей ударной волны и магнитопаузой, на самой магнитопаузе и в хвосте магнитосферы и составить по возможности непротиворечивую физическую картину взаимодействия солнечного ветра с магнитосферой Земли. В самом грубом приближении последовательность рассматриваемых событий выглядит следующим образом.

1. В результате растяжения силовых линий магнитного поля, движущихся вместе с плазмой вокруг магнитосферы, интенсивность этого поля существенно (в несколько раз) возрастает и вблизи магнитопаузы образуется магнитный барьер. При этом кинетическая энергия солнечного ветра преобразуется в энергию магнитного поля.

2. В области магнитного барьера магнитное поле становится сильным, здесь сила Ампера, входящая в уравнение движения, возрастает до силы газового давления (или даже превышает его) и может существенно влиять на течение плазмы.

Плотность электрического тока на магнитопаузе растет, достигая критических значений, определяющих порог развития аномального сопротивления. Возможно также, что создаются условия для возбуждения тиринг-неустойчивости.

3. Последнее обстоятельство приводит к тому, что начинается процесс пересоединения магнитных силовых линий. Учитывая неоднородность и нестационарность солнечного ветра, можно полагать, что процесс пересоединения на магнитопаузе также должен быть существенно неоднородным и нестационарным. Однако в среднем за достаточно большие интервалы времени этот процесс, по-видимому, может быть представлен в терминах стационарного пересоединения (см. разд. 2.3).

Не исключено, что в диапазоне углов  $|\theta| < |\theta_{кр}|$  около северного направления ММП солнечный ветер обтекает магнитосферу с продольной застойной линией, и тогда магнитосфера переходит в полностью закрытое состояние – и по плазме, и по магнитному полю.

4. Специфическая топология течения и процесс пересоединения силовых линий магнитного поля приводят к возникновению на магнитопаузе нормальной компоненты магнитного поля и тангенциальной компоненты электрического поля, в результате чего появляется электродинамическое взаимодействие солнечного ветра с магнитосферой. Электрическое поле и эффективная длина линии пересоединения определенным образом зависят от параметров солнечного ветра.

5. Ускоренная в процессе пересоединения на дневной магнитопаузе плазма тормозится в плазменной мантии, где она движется против силы Ампера, совершает работу, и в доли хвоста поступает электромагнитная энергия.

6. В случае южного направления ММП эта энергия эффективно накапливается в долях хвоста магнитосферы. При этом магнитное поле в хвосте увеличивается, магнитный поток нарастает. Значение электрического поля в области токового слоя хвоста магнитосферы в течение предварительной фазы мало, поэтому преобразование магнитной энергии в другие виды не происходит. Ситуация аналогична образованию магнитного барьера вблизи дневной магнитопаузы.

7. Плотность электрического тока в токовом слое хвоста магнитосферы растет и

может достигнуть критических значений, определяющих порог развития аномального сопротивления. Поскольку толщина плазменного слоя во время предварительной фазы уменьшается, вероятно также, что определенную роль может играть тиринг-неустойчивость.

8. В результате развития неустойчивостей или изменения параметров солнечного ветра (в первую очередь изменения ММП в северном направлении) начинается процесс пересоединения магнитных силовых линий, который, по-видимому, носит нестационарный, импульсный характер. В процессе пересоединения магнитная энергия преобразуется в кинетическую и внутреннюю энергии плазмы. Часть этой энергии поступает во внутреннюю магнитосферу, а другая часть уносится в хвост магнитосферы.

Имеющиеся в настоящее время экспериментальные данные в целом подтверждают предложенную выше модель взаимодействия солнечного ветра с магнитосферой Земли.

Согласно этой модели процесс состоит из трех основных стадий:

- а) формирование токового слоя и накопление в его окрестности свободной магнитной энергии;
- б) развитие в токовом слое аномального сопротивления или тиринг-неустойчивости;
- в) пересоединение магнитных силовых линий.

Авторы полагают, что эта схема может оказаться полезной не только для случая магнитосферы Земли, но также в целом ряде других ситуаций: при изучении взаимодействия солнечного ветра с магнитосферами других планет, при построении модели солнечной вспышки и других явлений на Солнце, для описания взаимодействия солнечного потока со спокойным солнечным ветром, неустойчивости срыва в токамаках и в целом ряде других явлений в космической и лабораторной плазме.

Несмотря на общие черты, все эти явления требуют отдельного рассмотрения и описать их в одной монографии не представляется возможным. Вместе с тем необходимо еще раз подчеркнуть, что предлагаемая модель является достаточно грубой и в своей сегодняшней форме объясняет лишь на качественном уровне или не объясняет вообще многие, в том числе и весьма существенные, стороны обсуждаемого процесса.

Большой прогресс в понимании физики магнитосферы, который достигнут в последнее время по ключевым вопросам — космическому и наземному экспериментам, численному и лабораторному моделированию, аналитическим результатам, — позволяет надеяться, что в ближайшее время многие из еще не вполне ясных проблем будут решены.

## ABSTRACT

A review of the magnetic field line reconnection theory and its application to the problem of the solar wind – the Earth's magnetosphere interaction is presented. In particular, there are discussed the reconnection models by Sonnerup and by Petschek (for both the incompressible and compressible plasmas, for asymmetric and non-steady-state cases), magnetic field annihilation model by Parker; Syrovatsky's model of the neutral current sheet; Birn's and Schindler's solution for the plasma sheet structure. A review of laboratory and numerical modelling is given.

Results concerning the field line reconnection being combined with the peculiarities of the MHD flow were used in investigation of the solar wind flow around the magnetosphere. It is shown that in presence of the frozen-in magnetic field the flow considerably differs from that of a pure gas-dynamic case; in particular, there appears at the subsolar part of the magnetopause a "stagnation" line (i.e. the line of the stream line branching) instead of a stagnation point. The length and location of the stagnation line determine the intensity and the character of the interaction of the solar wind with the interplanetary magnetic field and the Earth's magnetosphere. The theory of this interaction is developed for a steady-state case, and the results of the calculations are compared with the experimental data.

In the last section of the review a qualitative model of the solar wind – the Earth's magnetosphere interaction for a non-steady-state case is proposed, the basis for the model being the solution of the spontaneous magnetic field line reconnection. The studies presented in this book were carried out according to the program and within the project of International Researches of the Magnetosphere.



## ПРИЛОЖЕНИЕ

### УРАВНЕНИЯ МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ

Система уравнений идеальной магнитной гидродинамики записывается следующим образом:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\nabla \left( p + \frac{B^2}{8\pi} \right) + \frac{1}{4\pi} (\mathbf{B} \nabla) \mathbf{B}, \quad (\text{П.1})$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \rho \mathbf{v} = 0, \quad (\text{П.2})$$

$$\text{div } \mathbf{B} = 0, \quad (\text{П.3})$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \text{rot} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}], \quad (\text{П.4})$$

$$\frac{d}{dt} \frac{p}{\rho^\gamma} = 0, \quad (\text{П.5})$$

где  $\rho$  — плотность плазмы;  $p$  — давление;  $\mathbf{v}$  — скорость;  $\mathbf{B}$  — напряженность магнитного поля;  $\gamma$  — показатель политропы. Уравнение (П.1) — уравнение движения, (П.2) — неразрывности, (П.3) — соленоидальности магнитного поля, (П.4) — вмороженности магнитных силовых линий в плазму и (П.5) — состояния.

При учете конечной проводимости среды  $\sigma$  вместо (П.4) следует использовать уравнение

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \text{rot} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}] + \frac{c^2}{4\pi\sigma} \Delta \mathbf{B}. \quad (\text{П.6})$$

На поверхности разрыва в магнитной гидродинамике должны выполняться следующие соотношения:

$$\{B_n\} = 0, \quad B_n \{v_l\} = m \{B_l/\rho\}, \quad \{m\} = 0, \quad (\text{П.7})$$

$$m \left\{ \frac{p}{(\gamma-1)\rho} + \frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} - \frac{mD_n}{\rho} + \frac{B_l^2}{4\pi\rho} \right\} - \frac{B_n}{4\pi} \left\{ \mathbf{B}_l \cdot \mathbf{v}_l \right\} = 0, \quad (\text{П.8})$$

$$\left\{ p + \frac{B^2}{8\pi} + \frac{m^2}{\rho} \right\} = 0, \quad (\text{П.9})$$

$$\left\{ m v_l - \frac{1}{4\pi} B_n \mathbf{B}_l \right\} = 0, \quad (\text{П.10})$$

где  $m = \rho(v_n - D_n)$ ;  $\mathbf{D}$  — скорость движения разрыва; индексы  $n$  и  $l$  означают нормальную и тангенциальную к плоскости разрыва проекции векторов; символ  $\{ \}$  обозначает разности значений параметров до и после разрыва.

Соотношения (П.7)–(П.10) получаются из законов сохранения массы, импульса и энергии, а также из условий непрерывности касательной к разрыву компоненты электрического поля и нормальной составляющей вектора напряженности магнитного поля (см., например, [Баранов, Краснобаев, 1977]).

### ВМОРОЖЕННАЯ СИСТЕМА КООРДИНАТ

Во многих задачах идеальной магнитной гидродинамики оказывается удобным использовать специальную систему координат. Идея ее введения состоит в следующем. Пусть имеются два векторных поля  $\mathbf{a}(\mathbf{r})$  и  $\mathbf{b}(\mathbf{r})$ . Требуется построить такую систему координат, в которой векторные линии  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$  стали бы координатными линиями одновременно, а векторы  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$  — ковариантными базисными векторами. Оказывается, что это можно сделать только в том случае, если  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$  связаны соотношением [Мизнер и др., 1977; Дубровин и др., 1979]

$$(\mathbf{a} \nabla) \mathbf{b} = (\mathbf{b} \nabla) \mathbf{a}. \quad (\text{П.11})$$

В идеальной магнитной гидродинамике имеется свойство вмороженности магнитных силовых линий, одна из математических формулировок которого [Ландау, Лифшиц, 1957] имеет вид

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \frac{1}{\rho} + \left( \mathbf{v} \nabla \right) \frac{\mathbf{B}}{\rho} = \left( \frac{\mathbf{B}}{\rho} \nabla \right) \mathbf{v}. \quad (\text{П.12})$$

Отсюда видно, что в стационарном случае векторы  $\mathbf{v}$  и  $\mathbf{B}/\rho$  удовлетворяют уравнению (П.11) и, следовательно, можно ввести такие координаты, что линии тока и магнитные силовые линии станут одновременно координатными линиями. Но можно пойти еще дальше и понимать (П.12) как соотношение в четырехмерном пространстве Минковского и ввести точно такие же координаты и в нестационарном случае.

Для простоты мы рассмотрим только нерелятивистский случай. Введем координаты  $x^0 = ct$ ,  $x^1 = x$ ,  $x^2 = y$ ,  $x^3 = z$  и два четырехмерных вектора  $V_{(4)} = (c, \mathbf{v})$  и  $B_{(4)} = (0, \mathbf{B})$ . Тогда для  $V_{(4)}$  и  $B_{(4)}/\rho$  уравнение (П.12) примет вид (П.11), и, следовательно, существуют такие координаты  $\tau$  и  $\alpha$ , что

$$dx^i/d\tau = V_{(4)}^i, \quad dx^i/d\alpha = B_{(4)}^i/\rho. \quad (\text{П.13})$$

Дополним  $\tau$ ,  $\alpha$  некоторыми двумя координатами  $\psi$ ,  $\zeta$  так, чтобы якобиан перехода был отличен от нуля. У нас пока остается произвол в выборе координат  $\psi$  и  $\zeta$ , и им можно распорядиться, чтобы упростить запись МГД-уравнений. С этой целью запишем первую пару уравнений Максвелла в координатах  $(\tau, \alpha, \psi, \zeta)$ . Проще всего это сделать, используя технику внешних форм [Мизнер и др., 1977; Flanders, 1963]:

$$\omega_F = \frac{1}{2} F_{ik} dx^i \wedge dx^k, \quad F_{ik} = \begin{vmatrix} 0 & E_x & E_y & E_z \\ -E_x & 0 & -B_z & B_y \\ -E_y & B_z & 0 & -B_x \\ -E_z & -B_y & -B_x & 0 \end{vmatrix} \quad (\text{П.14})$$

$$d\omega_F = 0,$$

где  $\omega_F$  и  $F_{ik}$  — 2-форма и тензор электромагнитного поля;  $\wedge$  — знак внешнего произведения. Произведя замену переменных в  $\omega_F$  с учетом (П.13), получим  $\omega_F = -\rho\sqrt{-g} d\psi \wedge d\zeta$ , откуда из уравнения  $d\omega_F = 0$  следует первая пара уравнений Максвелла

$$\partial\rho\sqrt{-g}/\partial\tau = \partial\rho\sqrt{-g}/\partial\alpha = 0,$$

где  $\sqrt{-g}$  — якобиан перехода. Таким образом,  $\rho\sqrt{-g}$  есть функция только от  $\psi$  и  $\zeta$ . Используя произвол в  $\psi$  и  $\zeta$ , можно добиться того, что

$$\rho\sqrt{-g} = 1, \quad (\text{П.15})$$

а матрица перехода от  $(t, x, y, z)$  к  $(\tau, \alpha, \psi, \zeta)$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ v_x & B_x/\rho & x_\psi & x_\zeta \\ v_y & B_y/\rho & y_\psi & y_\zeta \\ v_z & B_z/\rho & z_\psi & z_\zeta \end{pmatrix}. \quad (\text{П.16})$$

При этом некоторый произвол в  $\psi, \zeta$  все же остается. Именно: допускаются преобразования  $t' = t + f(\psi, \zeta)$ ,  $\alpha' = \alpha + h(\psi, \zeta)$ ,  $\zeta' = \zeta'(\psi, \zeta)$ ,  $\psi' = \psi'(\psi, \zeta)$  с якобианом перехода, равным 1. В некоторых случаях это может оказаться полезным.

Координаты  $(\tau, \alpha, \psi, \zeta)$  называются замороженными координатами, поскольку факт их введения целиком основан на выполнении уравнения замороженности (П.12). Они подробно изучены в работах [Pudovkin, Semenov, 1977a, b; Семенов, Пудовкин, 1978; Семенов, 1979a, б].

Разумеется, эти координаты заранее неизвестны, и задача как раз и состоит в том, чтобы найти отображение  $f: (t, x, y, z) \Rightarrow (\tau, \alpha, \psi, \zeta)$ , т.е. функции  $t = t(\tau, \alpha, \psi, \zeta)$ ,  $x = x(\tau, \alpha, \psi, \zeta)$ ,  $y = y(\tau, \alpha, \psi, \zeta)$ ,  $z = z(\tau, \alpha, \psi, \zeta)$ . При известном отображении  $f$  искомые функции  $v$ ,  $\mathbf{B}$  и  $\rho$  находятся из (П.13) и (П.15), а тогда и определение остальных термодинамических параметров не составляет труда. Во многих задачах такой подход оказывается проще, чем непосредственное решение МГД-системы уравнений. Отметим здесь еще, что, зная только, как устроено пространство параметров, можно качественно описать структуру магнитного поля и течения в физическом пространстве. Пространство параметров может быть довольно сложным; поэтому для него пришлось ввести специальное определение: часть пространства параметров  $(\tau, \alpha, \psi, \zeta)$ , на которое отображается физическое пространство (с учетом степени отображения), называется  $F$ -многообразием. Различные подмножества  $F$ -многообразия имеют простой физический смысл. Координатные линии  $\tau$  и  $\alpha$  являются прообразами траекторий и магнитных силовых линий соответственно. Сделаем теперь в следующих внешних формах преобразование координат к  $(t, x, y, z)$ :

$$d\tau \wedge d\zeta \wedge d\psi = B_z dt \wedge dx \wedge dy + B_y dt \wedge dz \wedge dx + B_x dt \wedge dy \wedge dz, \quad (\text{П.17})$$

$$d\zeta \wedge d\alpha \wedge d\psi = \rho dx \wedge dy \wedge dz - \rho v_x dt \wedge dy \wedge dz - \rho v_y dt \wedge dz \wedge dx - \rho v_z dt \wedge dx \wedge dy, \quad (\text{П.18})$$

$$d\tau \wedge d\alpha \wedge d\psi \wedge d\zeta = \rho dt \wedge dx \wedge dy \wedge dz. \quad (\text{П.19})$$

Соотношение (П.17) означает, что площадь участка гиперповерхности  $\alpha = \text{const}$  есть проинтегрированный по времени магнитный поток в физическом пространстве:  $\int B_n dS dt$ ; (П.18) означает, что площадь участка гиперповерхности  $\tau = \text{const}$  есть масса вещества в прообразе в физическом пространстве; (П.19) означает, что объем в пространстве параметров есть проинтегрированная по времени масса в физическом пространстве:  $\int \rho dV dt$ .

Стационарный случай выделяется условием  $\partial/\partial\tau = \partial/\partial\zeta$ , т.е. все функции зависят от  $(\tau + \zeta)$ . Делая замену  $t = \tau + \zeta(t - \text{время вдоль линии тока})$ , получим для элемента смещения

$$d\mathbf{r} = \mathbf{v} dt + (\mathbf{B}/\rho) d\alpha + \mathbf{r}_\varphi d\varphi, \quad (\text{П.20})$$

где вместо  $\psi$  используется обозначение  $\varphi$ , так как  $\varphi$  — это потенциал электрического поля.

Аналогично (П.17) — (П.19) введем в рассмотрение формы

$$dt \wedge d\varphi = B_z dx \wedge dy + B_y dz \wedge dx + B_x dy \wedge dz, \quad (\text{П.21})$$

$$d\varphi \wedge d\alpha = \rho v_z dx \wedge dy + \rho v_y dz \wedge dx + \rho v_x dy \wedge dz, \quad (\text{П.22})$$

$$dt \wedge d\alpha \wedge d\varphi = \rho dx \wedge dy \wedge dz. \quad (\text{П.23})$$

Соотношение (П.21) означает, что площадь участка плоскости  $\alpha = \text{const}$  равна магнитному потоку через прообраз этого участка в физическом пространстве; (П.22) означает, что площадь участка плоскости  $t = \text{const}$  равна потоку массы через прообраз этого участка в физическом пространстве; (П.23) означает, что объем в пространстве параметров служит мерой массы в прообразе этого объема.

Напомним теперь выражение ковариантных базисных векторов  $e_i$  через контрвариантные  $e^i$ , и наоборот [Корн Г., Корн Т., 1970]:

$$e_i = \sqrt{g} e^k \times e^j, \quad e^i = \frac{1}{\sqrt{g}} e_k \times e_j, \quad (\text{П.24})$$

где  $i, j, k$  составляют круговую перестановку символов  $t, \alpha, \varphi$ ;  $\sqrt{g}$  — якобиан перехода. С помощью (П.24) вычислим  $\nabla \varphi$ :

$$\nabla \varphi = e^\varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} \varphi = e^\varphi = \mathbf{v} \times \mathbf{B}.$$

Так как  $\mathbf{E} = -\frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{B}$ , то действительно  $\varphi/c$  — потенциал электрического поля. Таким же образом можно получить формулы

$$\rho \mathbf{v} = \nabla \alpha \times \nabla \varphi, \quad \mathbf{B} = \nabla \varphi \times \nabla t, \quad \rho \mathbf{r}_\varphi = \nabla t \times \nabla \alpha. \quad (\text{П.25})$$

Из (П.25) видно, что функции  $\alpha(\mathbf{r})$ ,  $t(\mathbf{r})$  и  $\varphi(\mathbf{r})$  играют роль потенциалов Эйлера [Ер-каев, 1981].

Записать МГД-систему уравнений во вмороженных координатах проще всего при помощи вариационного принципа [Половин, Ахизер, 1959], который в данном случае сводится к варьированию лагранжиана

$$L = \int \left( \frac{1}{2} \rho v^2 - \rho w - \frac{B^2}{8\pi} \right) dV dt \quad (\text{П.26})$$

с дополнительным условием (П.15), причем роль множителя Лагранжа играет полное давление  $P = p + B^2/8\pi$  ( в (П.26)  $w$  — внутренняя энергия, варьируются  $x, y$  и  $\rho$ ). В двухмерном случае расширенный лагранжиан  $L'$  примет вид

$$L' = \int \left[ \frac{\epsilon^2}{2} (x_\tau^2 + y_\tau^2) - w - \frac{\rho}{2} (x_\alpha^2 + y_\alpha^2) + P(x_\xi y_\alpha - x_\alpha y_\xi) - \frac{P}{\rho} \right] d\tau d\alpha d\xi,$$

откуда система уравнений магнитной гидродинамики в переменных  $(\tau, \alpha, \xi)$  в безразмерном виде запишется следующим образом:

$$\epsilon^2 x_{\tau\tau} - (\rho x_\alpha)_\alpha = -P_\xi y_\alpha + P_\alpha y_\xi, \quad (\text{П.27})$$

$$\epsilon^2 y_{\tau\tau} - (\rho y_\alpha)_\alpha = -P_\alpha x_\xi + P_\xi x_\alpha, \quad (\text{П.28})$$

$$\rho (x_\xi y_\alpha - x_\alpha y_\xi) = 1, \quad (\text{П.29})$$

$$P = \frac{1}{2} [p + \rho^2 (x_\alpha^2 + y_\alpha^2)], \quad (\text{П.30})$$

$$\rho = \beta \rho^\gamma, \quad (\text{П.31})$$

где  $\epsilon = M_a = v/v_a$  — число Маха—Альфвена;  $\beta = 8\pi p_0/B_0^2$ .

Остановимся еще на условиях, которые выполняются при переходе через разрыв. Ограничимся для простоты случаем несжимаемой плазмы. Пусть в координатах  $(\tau, \alpha, \xi)$  уравнение разрыва имеет вид  $\alpha = f(\tau, \xi)$ . Тогда в физическом пространстве разрыв будет задан параметрически:  $x = x(\tau, f(\tau, \xi), \xi)$ ,  $y = y(\tau, f(\tau, \xi), \xi)$ . Найдем каса-

тельный вектор  $l$ , нормаль  $n$  и скорость разрыва  $D$ :

$$\begin{aligned} l &= \frac{1}{a} (x_\zeta + x_\alpha f_\zeta; y_\zeta + y_\alpha f_\zeta), \\ n &= \frac{1}{a} (-(y_\zeta + y_\alpha f_\zeta); x_\zeta + x_\alpha f_\zeta), \\ a^2 &= (x_\zeta + x_\alpha f_\zeta)^2 + (y_\zeta + y_\alpha f_\zeta)^2, \\ D &= (x_\tau + x_\alpha f_\tau; y_\tau + y_\alpha f_\tau), \end{aligned} \quad (\text{П.32})$$

откуда

$$B_n = 1/a, \quad v_n - D_n = -(1/a)f_\tau. \quad (\text{П.33})$$

В случае несжимаемой плазмы  $\epsilon(v_n - D_n) = \pm B_n$ , поэтому уравнение разрыва с некоторой произвольной функцией  $q$

$$\pm \epsilon \alpha = \tau + q(\zeta). \quad (\text{П.34})$$

В стационарном случае  $\pm \epsilon \alpha = \tau$ .

В случае несжимаемой плазмы все условия на разрыве (П.7), (П.9), (П.10) (если он не тангенциальный) сводятся к следующим трем:

$$\{x\} = \{y\} = \{P\} = 0. \quad (\text{П.35})$$

Мы проверим только достаточность этого утверждения. В пространстве  $(\tau, \alpha, \zeta)$  разрыв представляет собой некоторую двумерную поверхность с касательным вектором  $L = (1, f_\tau, 0)$ . Так как  $x(\tau, \alpha, \zeta)$  и  $y(\tau, \alpha, \zeta)$  непрерывны при переходе через разрыв, то непрерывны и касательные к разрыву производные:

$$\begin{aligned} \{\epsilon x_\tau + x_\alpha\} &= 0, \\ \{\epsilon y_\tau + y_\alpha\} &= 0. \end{aligned} \quad (\text{П.36})$$

Нетрудно проверить, что вместе с условием  $\{P\} = 0$  из (П.33), (П.34) и (П.36) следует выполнение всех условий на разрыве ((П.7), (П.9) и (П.10); (П.8) в несжимаемой плазме не нужно).

Если разрыв тангенциальный, то отображение  $f$  при переходе через него, вообще говоря, не будет непрерывным. Для доказательства необходимости приходится использовать упоминавшийся выше произвол в выборе координат  $\psi$  и  $\zeta$ , и, поскольку доказательство довольно громоздко, мы его здесь не приводим.

В случае сжимаемой плазмы отображение также непрерывно при переходе через разрыв, но запись условий на разрыве более сложна.

## ЛИТЕРАТУРА

- Алтынцев А.Т., Банин В.Г., Куклин Г.В.* Солнечные вспышки. М.: Наука, 1982. 220 с.
- Арцимович Л.А., Сагдеев Р.З.* Физика плазмы для физиков. М.: Атомиздат, 1979. 320 с.
- Баранов В.Б., Краснобаев К.В.* Гидродинамическая теория космической плазмы. М.: Наука, 1977. 355 с.
- Берников Л.В., Семенов В.С.* О задаче МГД-обтекания магнитосферы. — Геоматнезизм и аэрономия, 1979, т. 19, № 4, с. 671–675.
- Богданов С.Ю., Марков В.С., Сыроватский С.И.* Эксперименты по изучению динамики магнитного пересоединения в токовом слое. — Изв. АН СССР, Сер. физ., 1980, т. 44, № 12, с. 2469–2479.
- Богданов С.Ю., Марков В.С., Франк В.Г.* Изменение топологии магнитного поля в процессе взрывного разрушения токового слоя. — Письма в ЖЭТФ, 1982, т. 35, № 6, с. 232–235.
- Брушлинский К.В., Заборов А.М., Сыроватский С.И.* Численный анализ токового слоя в окрестности магнитной нулевой линии. — Физика плазмы, 1980, т. 6, № 12, с. 297–311.
- Буланов С.В., Сасоров П.В.* Разрыв токового слоя и пересоединение магнитных силовых линий. — Физика плазмы, 1978, т. 4, № 4, с. 746–757.
- Буланов С.В., Сасоров П.В., Сыроватский С.И.* Магнитное пересоединение и ускорение частиц. — В кн.: Труды XI Ленинградского семинара по космофизике. Л.: 1979, с. 84.
- Галеев А.А., Сагдеев Р.З.* Нелинейная теория плазмы. — В кн.: Вопросы теории плазмы/Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Атомиздат, 1973, вып. 7, с. 3–145.
- Головин И.Н.* Нейтральные токовые слои в процессах формирования обращенных магнитных конфигураций. — В кн.: Динамика токовых слоев и физика солнечной активности. Рига: Зинатне, 1982, с. 46–53.
- Грингауз К.Н., Безруких В.В.* Плазмосфера Земли. — Геоматнезизм и аэрономия, 1977, т. 17, № 5, с. 784–790.
- Дмитриева Н.П., Сергеев В.А.* Спонтанное и вынужденное начало взрывной фазы суббури и длительность ее предварительной фазы. — Геоматнезизм и аэрономия, 1983, т. 23, № 5, с. 518–525.
- Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т.* Современная геометрия. М.: Наука, 1979. 200 с.
- Еркаев Н.В.* Эффект магнитного барьера в недиссипативной магнитогазодинамике. Рукопись деп. в ВИНТИ 02.07.81, № 3253 — 81 Деп. 55 с.
- Завойский Е.К., Рудаков Л.И.* Физика плазмы, Коллективные процессы в плазме и турбулентный нагрев. М.: Знание, 1967. 32 с.
- Исаев С.И.* Полярные сияния. Мурманск. кн. изд-во, 1980. 125 с.
- Кадомацев Б.Б.* Коллективные явления в плазме. М.: Наука, 1976. 238 с.
- Каплан С.А., Пикельнер С.Б., Цытович В.Н.* Физика плазмы солнечной атмосферы. М.: Наука, 1977. 256 с.
- Кирий Н.П., Марков В.С., Сыроватский С.И.* Лабораторное исследование структуры и динамики пинчевого токового слоя. — В кн.: Вспышечные процессы в плазме. М.: Наука, 1979, с. 121–161. (Тр. ФИАН; Т. 110).
- Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1970. 720 с.
- Ландау Л.Д.* О колебаниях электронной плазмы. — ЖЭТФ, 1946, т. 16, № 2, с. 574–581.
- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Механика сплошных сред. М.: Гостехиздат, 1953. 437 с.
- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Гостехиздат, 1957. 532 с.
- Липеровский В.А., Пудовкин М.И.* Аномальное сопротивление и двойные слои в магнитосферной плазме. М.: Наука, 1983. 180 с.
- Ляцкий Б.В.* Токовые системы магнитосферно-ионосферных возмущений. Л.: Наука, 1978. 199 с.
- Ляцкий Б.В., Мальцев Ю.П.* Магнитосферно-ионосферное взаимодействие. М.: Наука, 1983. 215 с.
- Мансуров С.М.* Новые доказательства связи между магнитными полями космического пространства и Земли. — Геоматнезизм и аэрономия, 1969, т. 9, № 4, с. 768–770.
- Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж.* Гравитация. М.: Мир, 1977. Т. 1. 474 с.
- Михайловский А.Б.* Неустойчивости плазмы в магнитных ловушках. М.: Атомиздат, 1976. 296 с.
- Паркер Е.* Космические магнитные поля. М.: Мир, 1982. Т. 1. 608 с.
- Пивоваров В.Г., Еркаев Н.В.* Взаимодействие солнечного ветра с магнитосферой Земли. Новосибирск: Наука, 1978. 109 с.
- Подгорный А.И., Сыроватский С.И.* Числен-

ное моделирование процесса возникновения и эволюции токового слоя. — В кн.: Вспышечные процессы в плазме. М.: Наука, 1979, с. 33–56. (Тр. ФИАН; Т. 110).

*Подгорный А.И., Сыроватский С.И.* Образование и развитие токового слоя при различных магнитных вязкостях и газовых давлениях. — Физика плазмы, 1981, т. 7, № 5, с. 1055–1063.

*Подгорный И.М., Сагдеев Р.З.* Физика межпланетной среды и лабораторные эксперименты. — УФН, 1969, т. 98, № 3, с. 409–440.

*Половин Р.В., Ахиезер И.А.* Вариационный принцип в магнитной гидродинамике. — Укр. физ. журн., 1959, т. 4, № 5, с. 677–678.

*Поттер Д.* Вычислительные методы в физике. М.: Мир, 1974. 205 с.

*Пудовкин М.И., Зайцева С.А.* Электрическое поле в полярной шапке. — Геомагнетизм и аэронавтика, 1983, т. 23, № 2, с. 285–289.

*Пудовкин М.И., Зайцева С.А., Кузнецова Т.В.* Влияние параметров солнечного ветра на положение проекции на ионосферу полярного каспа: Препр. ИЗМИРАН № 14. М., 1981а. 10 с.

*Пудовкин М.И., Зайцева С.А., Кузнецова Т.В.* Влияние параметров солнечного ветра на характеристики дневной магнитопаузы: Препр. ИЗМИРАН № 15. М., 1981б. 12 с.

*Пудовкин М.И., Кузнецова Т.В., Зайцева С.А.* Локализация дневной магнитопаузы в зависимости от ММП произвольного направления: Препр. ИЗМИРАН № 24. М., 1981 в. 15 с.

*Пудовкин М.И., Распопов О.М., Клейменова Н.Г.* Возмущения электромагнитного поля Земли. Л.: Изд-во ЛГУ, 1975. Ч. 1.

*Седов Л.И.* Механика сплошной среды. М.: Наука, 1973. 536 с.

*Семенов В.С.* Взаимодействие солнечного ветра с геомагнитным полем в МГД-приближении: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. Л.: ЛГУ, 1979а. 128 с.

*Семенов В.С.* Нестационарная вмороженная система координат. — В кн.: Геомагнитные исследования. М.: Сов. радио, 1979б, № 24, с. 32–37.

*Семенов В.С., Берников Л.В.* Структура магнитного поля и течения в идеально проводящей плазме. — В кн.: Геомагнитные исследования. М.: Сов. радио, 1979, № 26, с. 40–48.

*Семенов В.С., Пудовкин М.И.* К теории стационарной магнитосферной конвекции. — В кн.: Геомагнитные исследования. М.: Сов. радио, 1978, № 23, с. 66–84.

*Семенов В.С., Хейн М.Ф., Кубышкин И.В.* Пересоединение магнитных силовых линий в нестационарном случае. — Астрон. журн., 1983, т. 60, № 6, с. 1138–1147.

*Сергеев В.А.* Электрическое поле в плазменном слое магнитосферы в период предварительной фазы суббури. — Геомагнетизм и аэронавтика, 1983, т. 23, № 5, с. 822–828.

*Сергеев В.А., Цыганенко Н.А.* Магнитосфера Земли. М.: Наука, 1980. 173 с.

Солнечная и солнечно-земная физика: (Ил-

люстр. словарь терминов)/Под ред. А. Бруцена, Ш. Дюрана. М.: Мир, 1980. 208 с.

*Сомов Б.В., Сыроватский С.И.* Гидродинамические течения плазмы в сильном магнитном поле. — В кн.: Нейтральные токовые слои в плазме. М.: Наука, 1974, с. 14–72. (Тр. ФИАН; Т. 74).

*Сыроватский С.И.* Формирование токовых слоев в плазме с вмороженным сильным магнитным полем. — ЖЭТФ, 1971, т. 33, № 3, с. 933–940.

*Сыроватский С.И.* Нейтральные токовые слои в лабораторной и космической плазме. — В кн.: Нейтральные токовые слои в плазме. М.: Наука, 1974, с. 1–13. (Тр. ФИАН; Т. 74).

*Сыроватский С.И.* Ключевые вопросы теории вспышек. — Изв. АН СССР. Сер. физ., 1979, т. 43, № 4, с. 695–707.

*Трошичев О.А., Гизлер В.А.* Модель продольных токов в области дневного каспа, учитывающая влияние межпланетного магнитного поля. — В кн.: Геомагнитные исследования. М.: Сов. радио, 1980, № 27, с. 108–110.

Физические основы прогнозирования магнитосферных возмущений/М.И. Пудовкин, В.П. Козелов, Л.Л. Лазутин и др. Л.: Наука, 1977. 312 с.

*Франк А.Г.* Экспериментальное исследование условий возникновения и некоторых характеристик нейтрального токового слоя в плазме. — В кн.: Нейтральные токовые слои в плазме. М.: Наука, 1974, с. 108–166. (Тр. ФИАН; Т. 74).

*Франк А.Г.* Лабораторное моделирование и исследование вспышечных процессов в плазме. — В кн.: Динамика токовых слоев и физика солнечной активности. Рига: Зинатне, 1982, с. 31–38.

*Франк-Каменецкий Д.А.* Лекции по физике плазмы. М.: Атомиздат, 1964. 283 с.

*Цыганенко Н.А., Зайцева С.А.* Адиабатическое ускорение частиц плазменного слоя и формирование стационарных авроральных дуг. — В кн.: Геомагнитные исследования. М.: Сов. радио, 1979, № 25, с. 61–70.

*Цытович В.Н.* Теория турбулентной плазмы. М.: Атомиздат, 1971. 423 с.

*Черноус С.А.* Пульсации  $P_2$  как индикатор начала развития суббури. — В кн.: Полярные сияния и вторжение авроральных частиц. Л.: Наука, 1976, с. 98–104.

*Шафранов В.Д.* Электромагнитные волны в плазме. — В кн.: Вопросы теории плазмы/Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Атомиздат, 1963, вып. 3, с. 3–140.

*Шеломенцев В.В.* О функциональной зависимости планетарной магнитной активности от "вязкого трения" и компонент ММП. — В кн.: Исследования по геомагнетизму, аэронавтике и физике Солнца. Иркутск, 1976, вып. 39, с. 122–132.

Электродинамика плазмы/А.И. Ахиезер, И.А. Ахиезер, Р.В. Половин и др. М.: Наука, 1975. 718 с.

*Akasofu S.-I.* A study of auroral displays photographed from the DMSP-2 and ISIS-2 satell-

tes. — In: Physics of the hot plasma in the magnetosphere/Ed. B. Hultqvist, L. Stenflo. N.Y.; L.: Plenum press, 1975, p. 113–136.

*Akasofu S.-I.* Physics of magnetospheric substorms. Dordrecht: D. Reidel, 1977. Ch. 6. 713 p.

*Akasofu S.-I., Covey D.N., Meng C.-I.* Dependence of the geometry of the region of open field lines on the interplanetary magnetic field. — Planet. and Space Sci., 1981, vol. 29, N 8, p. 803–807.

*Alfven H.* On frozen-in field-line reconnection. — J. Geophys. Res., 1976, vol. 81, N 22, p. 4019–4021.

*Alfven H.* Electric currents in cosmic plasma. — Revs Geophys. and Space Phys., 1977, vol. 15, N 3, p. 271–283.

*Alksne A.Y.* The steady-state magnetic field in the transition region between the magnetosphere and the bow shock. — Planet. and Space Sci., 1967, vol. 15, N 2, p. 239–245.

*Andrews M.J., Keppler E., Daly P.W.* Plasma sheet motion inferred from medium-energy ion measurements. — J. Geophys. Res., 1981, vol. 86, N A9, p. 7543–7556.

*Anzer U.* Why Syrovatskii's mechanism of dynamic dissipation of magnetic fields does not work. — Solar Phys., 1973, vol. 30, N 2, p. 459–471.

*Aubry M.P., Russell C.T., Kivelson M.G.* On inward motion of the magnetopause preceding a substorm. — J. Geophys. Res., 1970, vol. 75, N 34, p. 7018–7031.

*Baum P.J., Bratnanhl A.* Mass motion and heating in a magnetic neutral point system. — J. Plasma Phys., 1974, vol. 11, N 1, p. 93–98.

*Baum P.J., Bratnanhl A.* On reconnection experiments and their interpretation. — J. Plasma Phys., 1977, vol. 18, N 2, p. 257–272.

*Berchem J., Russell C.T., Elphic R.C.* Dual satellite measurements of the thickness of the magnetopause. — In: The 4th IAGA Sci. Assembly (Edinburgh, 1981): Book of abstracts. P.: IUGG, 1981, p. 410.

*Birn J.* Self-consistent magnetotail theory: General solution for the quiet tail with vanishing field aligned currents. — J. Geophys. Res., 1979, vol. 84, N A9, p. 5143–5151.

*Birn J.* Computer studies of the dynamic evolution of the geomagnetic tail. — J. Geophys. Res., 1980, vol. 85, N A3, p. 1214–1222.

*Birn J., Hones E.W.* Three-dimensional computer modeling of dynamic reconnection in the geomagnetic tail. — J. Geophys. Res., 1981, vol. 86, N A8, p. 6802–6808.

*Birn J., Sommer R.R., Schindler K.* Self-consistent theory of the quiet magnetotail in three-dimensions. — J. Geophys. Res., 1977, vol. 82, N A1, p. 141–154.

*Brechf S.H., Lyon J.G., Fedder J.A.* A time-dependent three-dimensional simulation of the Earth's magnetosphere: Reconnection events. — J. Geophys. Res., 1982, vol. 87, N A8, p. 6098–6108.

*Buneman O.* Dissipation of currents in ionized media. — Phys. Rev., 1959, vol. 115, p. 503–517.

*Cattel C.* The relationship of field-aligned currents to electrostatic ion-cyclotron waves. — J. Geophys. Res., 1981, vol. 86, N A5, p. 3641–3645.

*Cattell C.A., Kim M., Lin R.P.* Observations of large electric fields near the plasmasheet boundary by ISEE-1. — Geophys. Res. Lett., 1982, vol. 9, N 5, p. 539–542.

*Cowley S.W.H.* On the possibility of magnetic fields and fluid flows parallel to X-line in a reconnection geometry. — J. Plasma Phys., 1974a, vol. 12, N 12, p. 319–339.

*Cowley S.W.H.* Convection-region solutions for the reconnection of anti-parallel magnetic fields of unequal magnitude in an incompressible plasma. — J. Plasma Phys., 1974b, vol. 12, N 2, p. 341–352.

*Cowley S.W.H.* Magnetic field-line reconnection in a highly-conducting incompressible fluid: Properties of the diffusion region. — J. Plasma Phys., 1975, vol. 14, N 3, p. 475–490.

*Cowley S.W.H.* The causes of convection in the Earth's magnetosphere: A review of developments during the IMS. — Revs. Geophys. and Space Phys., 1982, vol. 20, N 3, p. 531–565.

*Crooker N.U.* Dayside merging and cusp geometry. — J. Geophys. Res., 1979, vol. 84, N A3, p. 951.

*Crooker N.U., Siscoe G.L., Russell C.T.* Magnetic field compression at the dayside magnetopause. — J. Geophys. Res., 1982, vol. 87, N A12, p. 10407–10412.

*Dungey J.W.* Interplanetary magnetic field and the auroral zones. — Phys. Rev. Lett., 1961, vol. 6, N 1, p. 47–48.

*Eather R.H., Mende S.B.* High latitude particle precipitation and the source regions. — In: Magnetosphere-ionosphere interaction / Ed. K. Folkestad. Oslo: Scand. Univ. Books, 1972, p. 133–154.

*Eastman T.E., Hones E.W., Bame S.F.* The magnetospheric boundary layer: Site of plasma, momentum and energy transfer from the magnetosheath into the magnetosphere. — Geophys. Res. Lett., 1976, vol. 3, p. 685.

*Flanders H.* Differential forms with applications to the physical sciences. N.Y.: Acad. press, 1963. 213 p.

*Forbes T.G., Hones E.W., jun., Bame S.J.* Substorm-related plasma sheet motions as determined from differential timing of plasma changes at the ISEE-satellites. — J. Geophys. Res., 1981, vol. 86, N A5, p. 3459–3469.

*Forbes T.G., Priest E.R.* Numerical study of line-tied magnetic reconnection. — Solar Phys., 1982, vol. 81, N 2, p. 303–324.

*Forbes T.G., Priest E.R.* On reconnection and plasmoids in the geomagnetic tail. — J. Geophys. Res., 1983, vol. 88, N A2, p. 863–870.

*Formisano V., Domingo V., Wensel K.P.* The three-dimensional shape of the magnetopause. — Planet. and Space Sci., 1979, vol. 27, N 5, p. 1137–1149.

*Frank L.A.* Plasma in the Earth's polar magnetosphere. — J. Geophys. Res., 1971, vol. 76, N A5, p. 5202–5219.



- Gekeiman W., Stenzel R.L.* Experiments on magnetic field line reconnection. 2. Plasma parameters. — *J. Geophys. Res.*, 1981, vol. 86, N A2, p. 659–666.
- Gonzalez W.D., Mozer F.S.* A quantitative model for the potential resulting from reconnection with an arbitrary magnetic field. — *J. Geophys. Res.*, 1974, vol. 79, N 28, p. 4186–4194.
- Gonzalez W.D., Gonzalez A.L.C.* Solar wind energy and electric field transfer to the Earth's magnetosphere via magnetopause reconnection. — *Geophys. Res. Lett.*, 1981, vol. 8, N 3, p. 265–268.
- Hameiri E.* Compressible magnetic field reconnection. — *J. Plasma Phys.*, 1979, vol. 22, N 2, p. 245–256.
- Hayashi T., Sato T.* Magnetic reconnection: Acceleration, heating and shock formation. — *J. Geophys. Res.*, 1978, vol. 83, N A1, p. 217–220.
- Heikkila W.J.* Is there an electrostatic field tangential to the dayside magnetopause and neutral line? — *Geophys. Res. Lett.*, 1975, vol. 2, N 4, p. 154–157.
- Heikkila W.J.* Criticism of reconnection models of the magnetosphere. — *Planet. and Space Sci.*, 1978, vol. 26, N 1, p. 121–129.
- Heppner J.P.* Polar cap electric field distribution related to the interplanetary magnetic field direction. — *J. Geophys. Res.*, 1972, vol. 77, N A6, p. 4877–4881.
- Hill T.W.* Magnetic merging in a collisionless plasma. — *J. Geophys. Res.*, 1975, vol. 80, N A6, p. 4689–4693.
- Hirasawa T., Nagata T.* Constitution of polar substorm and associated phenomena in the southern polar region. Tokyo, 1972. 28 p. (JARE Sci. Rep. A; N 10).
- Hones E.W.* Review and interpretation of particle measurements made by Vela satellites in the magnetotail. — In: *Physics of the magnetosphere* / Ed. R.L. Carovillano. Dordrecht: D. Reidel, 1968, p. 392–408.
- Hones E.W.* Plasma flow in the plasma sheet and its relation to substorm. — *Radio Sci.*, 1973, vol. 8, N 4, p. 979–990.
- Hones E.W., Asbridge J.R., Bame S.J.* Energy spectra and angular distributions of particles in the plasma sheet and their comparison with rocket measurements. — *J. Geophys. Res.*, 1971, vol. 76, p. 6387–6394.
- Horwitz J.L., Akasofu S.-I.* On the relationship of the polar cap current system to the north-south component of the interplanetary magnetic field. — *J. Geophys. Res.*, 1979, vol. 84, N A6, p. 2567–2581.
- Hudson M.K., Lysak R.L., Mozer F.S.* Magnetic field-aligned potential drops due to electrostatic ion cyclotron turbulence. — *Geophys. Res. Lett.*, 1978, vol. 5, p. 143–146.
- Iijima T.* Relationship of magnetospheric substorms on the ground and in the distant magnetotail. — *Rep. Ion. Space Res. Jap.*, 1972, vol. 26, p. 149–157.
- Iijima T., Potemra T.A.* The amplitude distribution of field-aligned currents of northern high latitudes observed by Triad. — *J. Geophys. Res.*, 1976, vol. 81, p. 2165–2174.
- Iijima T., Potemra T.A.* Large-scale characteristics of field-aligned currents associated with substorms. — *J. Geophys. Res.*, 1978, vol. 83, p. 559–615.
- Iwasaki N.* Localized abnormal geomagnetic disturbance near the geomagnetic pole and simultaneous ionospheric variation. — *Rep. Ion. Space Res. Jap.*, 1971, vol. 25, N 2, p. 163–186.
- Kamide Y., Yasuhara F., Akasofu S.-I.* On the cause of northward magnetic field along the negative X-axis during magnetospheric substorm. — *Planet. and Space Sci.*, 1974, vol. 82, N 5, p. 1219–1231.
- Kan J.R., Lee L.C.* Energy coupling function and solar wind-magnetosphere dynamo. — *Geophys. Res. Lett.*, 1979, vol. 6, N 7, p. 577–580.
- Kartalev M.D., Mastikov I.P.* Steady-state magnetic field in the magnetosheath. — *Planet. and Space Sci.*, 1982, vol. 30, N 5, p. 473–481.
- Kindel J.M., Kennel C.F.* Topside current instabilities. — *J. Geophys. Res.*, 1971, vol. 76, N A7, p. 3055–3064.
- Kovner M.S., Feldstein Ya.I.* On solar wind interaction with the Earth's magnetosphere. — *Planet. and Space Sci.*, 1973, vol. 21, N 5, p. 1191–1199.
- Kuznetsova T.V., Pudovkin M.I.* Peculiarities of solar wind flow around the magnetosphere and the magnetopause position. — *Planet. and Space Sci.*, 1978, vol. 26, p. 229–236.
- Lees L.* Interaction between the solar plasma and the geomagnetic cavity. — *AIAA Journal*, 1964, vol. 2, N 6, p. 1576–1582.
- Levy R.H., Petscheck H.E., Siscoe G.L.* Aerodynamic aspects of the magnetospheric flow. — *AIAA Journal*, 1964, vol. 2, N 10, p. 2065–2076.
- Lipatov A.S., Zeleny L.M.* The study of magnetic islands dynamics. — *Plasma Phys.*, 1982, vol. 24, N 9, p. 1065–1089.
- Lui A.T.Y., Anger C.D.* A uniform belt of diffuse auroral emission seen by ISIS-2 scanning photometer. — *Planet. and Space Sci.*, 1975, vol. 21, p. 799–808.
- Maezawa K.* Dependence of the magnetopause position on the southward interplanetary magnetic field. — *Planet. and Space Sci.*, 1974, vol. 22, N 6, p. 1443–1458.
- Maezawa K.* Magnetospheric convection induced by the positive and negative Z-components of the interplanetary magnetic field: Quantitative analysis using polar cap magnetic records. — *J. Geophys. Res.*, 1976, vol. 81, N A5, p. 2289–2298.
- Matthaeus W.H.* Reconnection in two dimensions: Localization of vorticity and current near magnetic X-points. — *Geophys. Res. Lett.*, 1982, vol. 9, N 6, p. 660–663.
- McDiarmid I.B., Burrows J.R., Budzinski E.E.* Particle properties in the dayside cleft. — *J. Geophys. Res.*, 1976, vol. 81, N A1, p. 221–231.
- McDiarmid J.B., Burrows J.R., Wilson M.D.* Large-scale magnetic field perturbations and particle measurements at 1400 km on the dayside. — *J. Geophys. Res.*, 1979, vol. 84, N A4, p. 1481–1490.

McPherron R.L. Growth phase of magnetospheric substorms. — J. Geophys. Res., 1970, vol. 75, N A10, p. 5592–5599.

Mitchell H.G., Kan J.R. Merging of magnetic fields with field-aligned plasma flow components. — Plasma Phys., 1978, vol. 20, N 1, p. 31–45.

Morfil G., Scholer M. Reconnection in the geomagnetic tail from solar particle observation. — J. Geophys. Res., 1972, vol. 77, N A9, p. 4021–4026.

Mozer F.S., Cattell C.A., Temerin M. The dc and ac electric field, plasma density, plasma temperature, and field-aligned current experiments on the S3–3 satellite. — J. Geophys. Res., 1979, vol. 84, p. 5875–5884.

Nishida A. Geomagnetic DP2-fluctuations and associated magnetospheric phenomena. — J. Geophys. Res., 1968, vol. 73, p. 1795–1803.

Nishida A. Interplanetary origin of electric fields in the magnetosphere. — Cosmic Electrodyn., 1971, vol. 2, N 3, p. 350–374.

Nishida A., Nagayama N. Magnetotail response to sudden changes in the IMF. — Astrophys. and Space Sci., 1973, vol. 20, N 2, p. 459–466.

Nishida A., Hayakawa H., Hones E.W., jun. Observed signatures of reconnection in the magnetotail. — J. Geophys. Res., 1981, vol. 86, N A3, p. 1422–1436.

Palmer J.D., Hones E.W. Characteristics of energetic electrons in the vicinity of the boundary layer at Vela orbit. — J. Geophys. Res., 1978, vol. 83, N A4, p. 2584–2593.

Papadopoulos K. A review of anomalous resistivity for the ionosphere. — Revs Geophys. and Space Phys., 1977, vol. 15, p. 113–127.

Parker E.N. The solar-flare phenomenon and the theory of reconnection and annihilation of magnetic fields. — Astrophys. J. Suppl. Ser., 1963, vol. 8, N 1, p. 177–212.

Parker E.N. Comments on the reconnection rate of magnetic fields. — J. Plasma Phys., 1973, vol. 9, N 1, p. 49–61.

Paschmann G., Haerendel G., Papamastorakis I. Plasma and magnetic field characteristics of magnetic flux transfer events. — J. Geophys. Res., 1982, vol. 87, N A4, p. 2259–2268.

Paschmann G., Sonnerup B.U.Ö., Papamastorakis I. Plasma acceleration at the Earth's magnetopause: Evidence for reconnection. — Nature, 1979, vol. 282, N 5736, p. 243–246.

Paulikas G.A. Tracing of high-latitude magnetic field lines by solar particles. — Revs Geophys. and Space Phys., 1974, vol. 12, p. 117–171.

Petschek H.E. Magnetic field annihilation. — In: AAS/NASA Symp. on the physics of solar flares: NASA Spec. Publ. SP-50, 1964, p. 425–439.

Piddington J.H. The closed model of the Earth's magnetosphere. — J. Geophys. Res., 1979, vol. 84, N A1, p. 93–101.

Potemra T.A. On the relationship of Birkeland and ionospheric currents. — In: STP Fifth Intern. symp. (Ottawa, 1982): Book of abstracts. Ottawa, 1982, p. 35.

Priest E.R., Raadu M.A. Preflare current sheets in the solar atmosphere. — Solar Phys., 1975, vol. 43, N 1, p. 177–188.

Priest E.R., Sonnerup B.U.Ö. Theories of magnetic field annihilation. — Geophys. J. Roy. Astron. Soc., 1975, vol. 41, N 2, p. 405–413.

Pudovkin M.I., Heyn M.F. Influence of the solar wind magnetic field on the structure of the magnetosheath and the location of the magnetopause: Prepr. Space Res. Inst. N INW 8110. Graz, 1981. 31 p.

Pudovkin M.I., Heyn M.F., Lebedeva V.V. Magnetosheath's parameters in dependence on the direction of the solar wind magnetic field. — J. Geophys. Res., 1982, vol. 87, N A10, p. 8131–8138.

Pudovkin M.I., Isaev S.I., Zaitseva S.A. Development of magnetic storms and the state of the magnetosphere according to the data of ground-based observation. — Ann. Geophys., 1970a, vol. 26, N 6, p. 761–764.

Pudovkin M.I., Raspopov O.M., Dmitrieva L.A. The interrelation between parameters of the solar wind and the state of the geomagnetic field. — Ann. Geophys., 1970b, vol. 26, N 2, p. 389–396.

Pudovkin M.I., Semenov V.S. Stationary frozen-in co-ordinate system. — Ann. Geophys., 1977a, vol. 33, N 4, p. 429–433.

Pudovkin M.I., Semenov V.S. Peculiarities of the MHD-flow by the magnetopause and generation of the electric field in the magnetosphere. — Ann. Geophys., 1977b, vol. 33, N 4, p. 423–427.

Quest K.B., Coronity F.V. Tearing at the dayside magnetopause. — J. Geophys. Res., 1981, vol. 86, N A4, p. 3289–3298.

Reiff P.H., Spiro R.W., Hill T.W. Dependence of polar cap potential drop on interplanetary parameters. — J. Geophys. Res., 1981, vol. 86, N A9, p. 7639–7648.

Roederer J.G. Prediction of auroral activity. — In: Annual report, 1980–1981, Geophys. Inst., Univ. of Alaska, Fairbanks, Alaska, 1981, p. 1–13.

Russell C.T. The configuration of the magnetosphere. — In: Critical problems of magnetospheric physics / Ed. E.R. Dyer. Wash. (D.C.): Inter-Union Committ. on solar-terr. phys., Nat. Acad. Sci., 1972, pt 1, p. 116–183.

Russell C.T. The control of the magnetopause by the interplanetary magnetic field. — In: Dynamics of the magnetosphere / Ed. S.-I. Akasofu. Hingham (Mass.): D. Reidel, 1980, pt 3, p. 96–128.

Russell C.T., McPherron R.L. The magnetotail and substorms. — Space Sci. Revs, 1973, vol. 15, N 2, p. 205–268.

Saito T., Sakurai K., Koyama Y. Mechanism of association between P12 pulsations and magnetospheric substorm. — J. Atmos. and Terr. Phys., 1976, vol. 38, N 4, p. 1265–1274.

Sato T. Strong plasmaacceleration by slow shocks resulting from magnetic reconnection. — J. Geophys. Res., 1979, vol. 84, N A12, p. 7177–7190.

Sato T., Hayashi T. Externally driven magnetic reconnection and a powerful magnetic energy converter. — Phys. Fluids, 1979, vol. 22, N 7, p. 1189–1202.

Sato T., Hayashi T., Walker R.J. Neutral sheet current interruption and field-aligned current generation by three-dimensional driven reconnection. — Geophys. Res. Lett., 1983, vol. 10, N 3, p. 221.

Sato T., Matsumoto H., Nagai K. Particle acceleration in time developing magnetic reconnection process. — J. Geophys. Res., 1982, vol. 87, N A8, p. 6089–6097.

Schindler K. Theories of tail structures. — Space Sci. Revs, 1979, vol. 23, N 2, p. 365–392.

Schindler K., Birn J. Self-consistent theory of time-dependent convection in the Earth's magnetotail. — J. Geophys. Res., 1982, vol. 87, N A4, p. 2263–2275.

Scopke N., Paschmann G., Rosenlauer H. Influence of IMF on the occurrence and thickness of the plasma mantle. — J. Geophys. Res., 1976, vol. 81, N A6, p. 2687–2698.

Shen W.W. The Earth's bow shock in an oblique interplanetary field. — Cosmic Electrodyn., 1972, vol. 2, N 2, p. 381–395.

Semenov V.S., Kubyshkin I.V. Magnetic field-line reconnection and streamline reconnection in three-dimensional Sonnerup's and Petschek's models. — In: Progr. and Abstr. of the 4th IAGA Sci. Assembly, Edinburgh, 1981, p. 409.

Semenov V.S., Kubyshkin I.V., Heyn M.F. Asymptotic solution for field line reconnection compressible case of Petschek's model. — J. Plasma Phys., 1983a, vol. 30, pt 2, p. 303–320.

Semenov V.S., Kubyshkin I.V., Heyn M.F., Biernat H.K. Field line reconnection in the two-dimensional asymmetric case. — J. Plasma Phys., 1983b, vol. 30, pt 2, p. 321–344.

Semenov V.S., Sergeev V.A. A simple semi-empirical model for the magnetospheric substorm. — Planet. and Space Sci., 1981, vol. 24, N 2, p. 271–281.

Sergeev V.A. High time-resolution correlation between the magnetic field behaviour at  $37 R_E$  distance in the magnetotail plasma sheet and ground phenomena during substorm expansive phase. — J. Geophys. Res., 1981, vol. 49, N 2, p. 176–185.

Sergeev V.A., Bössinger T., Lui A.T.Y. Impulsive processes in the magnetotail during substorm expansion: Prepr. Univ. of Oulu, 84-3. Oulu, 1984.

Sergeev V.A., Kuznetsov B.M. Quantitative dependence of the polar cap electric field on the IMF  $B_z$  — component and solar wind velocity. — Planet. and Space Sci., 1981, vol. 29, N 2, p. 205–213.

Siscoe G., Crooker N. A theoretical relation between  $D_{st}$  and the solar wind merging electric field. — Geophys. Res. Lett., 1974, vol. 1, N 1, p. 17–19.

Sonnerup B.U.Ö. Magnetic field re-connection in a highly conducting incompressible fluid. — J. Plasma Phys., 1970, vol. 4, N 1, p. 161–174.

Sonnerup B.U.Ö. Magnetopause reconnection rate. — J. Geophys. Res., 1974, vol. 79, N A6, p. 1546–1552.

Sonnerup B.U.Ö. Transport mechanisms of the magnetopause. — In: Dynamics of the magnetosphere/Ed. S.-I. Akasofu. N.Y.: D. Reidel, 1979, p. 77–100.

Sonnerup B.U.Ö. Magnetic field reconnection at the Earth's magnetopause. — In: The 4th IAGA Sci. Assembly, (Edinburgh, 1981): Book of abstracts, P.: IUGG, 1981, p. 409.

Sonnerup B.U.Ö., Ledley B.G. OGO-5 magneto-

pause structure and classical reconnection. — J. Geophys. Res., 1979, vol. 84, N A2, p. 399–405.

Sonnerup B.U.Ö., Priest E.R. Resistive MHD stagnation point flow at a current sheet. — J. Plasma Phys., 1975, vol. 14, pt 2, p. 283–294.

Sonnerup B.U.Ö., Paschmann G., Papamastorakis I. Evidence for magnetic field reconnection at the Earth's magnetopause. — J. Geophys. Res., 1981, vol. 86, N A12, p. 10049–10067.

Soward A.M. Fast magnetic field-line reconnection in a compressible fluid. Pt 2. Skewed field lines. — J. Plasma Phys., 1982, vol. 28, N 3, p. 415–443.

Soward A.M., Priest E.R. Fast magnetic field line reconnection. — Philos. Trans. Roy. Soc. London A, 1977, vol. 284, N 1325, p. 369–417.

Soward A.M., Priest E.R. Fast magnetic field-line reconnection in a compressible fluid. Pt 1. Coplanar field lines. — J. Plasma Phys., 1982, vol. 28, N 2, p. 335–367.

Speiser T.W., Williams D.J. Magnetopause modeling: Flux transfer events and magnetosheath quasi-trapped distributions. — J. Geophys. Res., 1982, vol. 87, N A4, p. 2177–2186.

Spreiter J.R., Alksne A.Y. Plasma flow around the magnetosphere. — Rev. Geophys., 1967, vol. 7, N 1, p. 11–68.

Spreiter J.R., Summers A.L., Alksne A.Y. Hydromagnetic flow around the magnetosphere. — Planet. and Space Sci., 1966, vol. 14, N 4, p. 223–237.

Stenzel R.L., Gekelman W. Magnetic field line reconnection experiments. 1. Field topologies. — J. Geophys. Res., 1981, vol. 86, N A2, p. 649–658.

Stenzel R.L., Gekelman W., Wild N. Magnetic field line reconnection experiments. 4. Resistivity, heating and energy flow. — J. Geophys. Res., 1982, vol. 87, N A1, p. 111–117.

Stern D.P. A study of the electric field in an open magnetospheric model. — J. Geophys. Res., 1973, vol. 78, N 31, p. 7292–7395.

Stern D.P. The source of the electric field in the nightside magnetosphere: Prepr. Goddard Space Flight Center N X-602-75-17. Greenbelt, Maryland, 1975. 21 p.

Stern D.P. Large-scale electric fields in the Earth's magnetosphere. — Revs Geophys. and Space Phys., 1977, vol. 15, N 2, p. 156–194.

Svalgaard L. Sector structure of the interplanetary magnetic field and daily variation of the geomagnetic field at high latitudes: Prepr. Det Dan. Meteorol. Inst. Charlottenlund, N 18, 1968. 11 p.

Sweet P.A. The neutral point theory of solar flares. — In: Electromagnetic phenomena in cosmic physics/Ed. B. Lehnert. L.: Cambridge Univ. press, 1958, p. 123–134.

Terasawa T. Numerical study of explosive tearing mode instability in one-component plasmas. — J. Geophys. Res., 1981, vol. 86, N A11, p. 9007–9019.

Troshichev O.A. Polar magnetic disturbances and field-aligned currents. — Space Sci. Revs, 1982, vol. 32, p. 275–360.

Tsuda T., Ugai M. Magnetic field-line reconnection by localized enhancement of resistivity. Pt 2.

- Quasi-steady process. — *J. Plasma Phys.*, 1977, vol. 18, N 3, p. 451–471.
- Tur T.T., Priest E.R.* The formation of current sheets during the emergence of new magnetic flux from below the photosphere. — *Solar Phys.*, 1976, vol. 48, N 1, p. 89–100.
- Ugai M.* Magnetic field reconnection in a sheared field. — *J. Plasma Phys.*, 1981, vol. 25, N 1, p. 89–97.
- Ugai M., Tsuda T.* Magnetic field line reconnection by localized enhancement of resistivity. Pt 1. Evolution in a compressible MHD fluid. — *J. Plasma Phys.*, 1977, vol. 17, N 2, p. 337–356.
- Vasyliunas V.M.* Mathematical models of magnetospheric convection and its coupling to the ionosphere. — In: *Particles and fields in the magnetosphere*/Ed. B.M. McCormac. Dordrecht: D. Reidel, 1970, p. 60–71.
- Vasyliunas V.M.* Theoretical models of magnetic field line merging. 1. — *Revs Geophys. and Space Phys.*, 1975, vol. 13, N 3, p. 303–336.
- Vasyliunas V.M.* An overview of magnetospheric dynamics. — In: *Magnetospheric particles and fields*/Ed. B.M. McCormac. Dordrecht: D. Reidel, 1976, p. 99–105.
- Willis D.M.* The microstructure of the magnetopause. — *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.*, 1975, vol. 41, p. 355–389.
- Winningham J.D., Yasuhara F., Akasofu S.-I.* The latitudinal morphology of 10 eV to 10 keV electron fluxes during magnetically quiet and disturbed times in the 21.00 – 03.00 MLT sector. — *J. Geophys. Res.*, 1975, vol. 80, N 22, p. 3148–3171.
- Wolf R.A.* Ionosphere-magnetosphere coupling. — *Space Sci. Revs.*, 1975, vol. 17, p. 537–562.
- Wygant J.R., Torbert R.B., Mozer F.S.* Comparison of S3–3 polar cap potential drops with the interplanetary magnetic field and models of magnetopause reconnection. — *J. Geophys. Res.*, 1983, vol. 88, N A7, p. 5727–5735.
- Yang C.K., Sonnerup B.U.Ö.* Compressible magnetic field reconnection: A slow wave model. — *Astrophys. J.*, 1976, vol. 206, N 1, p. 570–582.
- Yang C.K., Sonnerup B.U.Ö.* Compressible magnetopause reconnection. — *J. Geophys. Res.*, 1977, vol. 82, N A3, p. 699–703.
- Yeh T.* Day-side reconnection between a dipolar geomagnetic field and a uniform interplanetary field. — *J. Geophys. Res.*, 1976, vol. 81, N A6, p. 2140–2144.
- Yeh T., Axford W.I.* On the re-connection of magnetic field lines in conducting fluids. — *J. Plasma Phys.*, 1970, vol. 4, N 2, p. 207–229.
- Yeh T., Dryer H.* On the reconnection of magnetic field lines in compressible conducting fluids. — *Astrophys. J.*, 1973, vol. 182, N 1, p. 301–315.
- Zeleny L.M., Lipatov A.S., Lominadze D.G.* Energetic proton bursts during magnetic islands formation in the Earth's magnetotail: Prepr. Space Res. Inst. N 697. Moscow, 1982. 26 p.
- Zwan B.J., Wolf R.A.* Depletion of the solar wind plasma near a planetary boundary. — *J. Geophys. Res.*, 1976, vol. 81, N A4, p. 1636–1648.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие . . . . .	5
Глава 1	
Структура магнитосферы и изменение ее состояния в зависимости от параметров солнечного ветра . . . . .	7
1.1. Структура магнитного поля и параметры плазмы в магнитосфере Земли . . . . .	7
1.2. Продольные и ионосферные токи в полярных шапках Земли . . . . .	10
1.3. Электрические поля на магнитопаузе и в полярных шапках Земли в открытой модели магнитосферы . . . . .	12
Глава 2	
Пересоединение магнитных силовых линий . . . . .	18
2.1. Качественное рассмотрение процесса пересоединения . . . . .	18
2.2. Пересоединение магнитных силовых линий в модели Соннерупа . . . . .	24
2.3. Модель пересоединения Петчека . . . . .	27
2.4. Спонтанное пересоединение магнитных силовых линий . . . . .	33
2.5. Роль диссипативных эффектов в процессе пересоединения магнитных силовых линий . . . . .	37
2.6. Смешанные решения . . . . .	43
Глава 3	
Исследование эволюции токовых слоев . . . . .	45
3.1. Формирование токового слоя . . . . .	45
3.2. Аномальное сопротивление и разрывная неустойчивость . . . . .	52
3.3. Лабораторные эксперименты . . . . .	62
3.4. Численные эксперименты . . . . .	67
Глава 4	
Стационарное обтекание магнитосферы солнечным ветром . . . . .	72
4.1. Обтекание с изолированной застойной точкой . . . . .	72
4.2. Обтекание с застойной линией . . . . .	77
4.3. Электрические поля и токи в полярных шапках Земли . . . . .	87
4.4. Общая картина стационарного обтекания магнитосферы солнечным ветром . . . . .	94
Глава 5	
Нестационарное взаимодействие солнечного ветра с магнитосферой Земли . . . . .	96
5.1. Пересоединение на дневной магнитопаузе . . . . .	96
5.2. Предварительная фаза суббури . . . . .	100
5.3. Магнитосферная суббуря . . . . .	104
Заключение . . . . .	110
Abstract . . . . .	112
Приложение . . . . .	113
Уравнения магнитной гидродинамики . . . . .	113
Вмороженная система координат . . . . .	114
Литература . . . . .	118

## CONTENTS

<b>Introduction</b> . . . . .	5
<b>Chapter 1</b>	
<b>Structure of the magnetosphere and dependence of the magnetospheric state on solar wind parameters</b> . . . . .	7
1.1. Magnetic field structure and plasma parameters in the Earth's magnetosphere. . . . .	7
1.2. Field-aligned and ionospheric currents in the Earth's polar caps. . . . .	10
1.3. Electric fields at the magnetopause and in the Earth's polar caps in an open magnetospheric model. . . . .	12
<b>Chapter 2</b>	
<b>Reconnection of magnetic field lines</b> . . . . .	18
2.1. A qualitative study of reconnection process . . . . .	18
2.2. Magnetic field line reconnection in Sonnerup's model . . . . .	24
2.3. Petschek's reconnection model. . . . .	27
2.4. Spontaneous magnetic field line reconnection . . . . .	33
2.5. Dissipation effects' role in the magnetic field line reconnection process . . . . .	37
2.6. Mixed solutions . . . . .	43
<b>Chapter 3</b>	
<b>A study of current sheet evolution</b> . . . . .	45
3.1. Current sheet formation . . . . .	45
3.2. Anomalous resistivity and tearing mode instability . . . . .	52
3.3. Laboratory experiments . . . . .	62
3.4. Numerical experiments . . . . .	67
<b>Chapter 4</b>	
<b>Stationary solar wind flow around the magnetosphere</b> . . . . .	72
4.1. An isolated stagnation point flow . . . . .	72
4.2. A stagnation line flow. . . . .	77
4.3. Electric fields and currents in the Earth's polar caps . . . . .	87
4.4. General pattern of the stationary solar wind flow around the magnetosphere . . . . .	94
<b>Chapter 5</b>	
<b>Non-steady solar wind – the Earth's magnetosphere interaction</b> . . . . .	96
5.1. Reconnection at the dayside magnetopause . . . . .	96
5.2. Growth phase of a substorm . . . . .	100
5.3. Magnetospheric substorm. . . . .	104
<b>Conclusion</b> . . . . .	110
<b>Abstract</b> . . . . .	112
<b>Appendix</b> . . . . .	113
Magneto-hydrodynamic equations . . . . .	113
Frozen-in coordinate system. . . . .	114
<b>References</b> . . . . .	118